



**Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia de Energia**

**Simulação computacional de recuperação
secundária de petróleo por injeção de água.**

**Autor: Haroldo do Rosário Vieira Júnior
Orientador: Maria del Pilar Hidalgo Falla**

**Brasília, DF
2013**



Haroldo do Rosário Vieira Júnior

TÍTULO: Simulação computacional de recuperação secundária de petróleo por injeção de água.

Trabalho de conclusão de curso 01 submetido ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: PhD. Maria del Pilar Hidalgo Falla.

Co-Orientador: PhD. Taygoara F. Oliveira

**Brasília, DF
2013**

CIP – Catalogação Internacional da Publicação*

Do Rosário Vieira Júnior, Haroldo.

Título do Trabalho: Simulação computacional de
recuperação secundária de petróleo por injeção de água.
/ Haroldo do Rosário Vieira Júnior .Brasília: UnB, 2013.
103 p. : il. ; 29,5 cm.

Trabalho de conclusão de curso 02 (Graduação) – Universidade
de Brasília

Faculdade do Gama, Brasília, 2013. Orientação: Maria Hidalgo
Falla.

1. Escoamento bifásico. 2. IMPES. 3. Simulação I.Hidalgo Falla,
Maria del Pilar. II. Simulação computacional de recuperação
secundária de petróleo por injeção de água.

CDU Classificação



Simulação computacional de recuperação secundária de petróleo por injeção de água.

Haroldo do Rosário Veira Júnior

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em __/__/__ apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

Prof. (Pós-Doutorado): Maria del Pilar Hidalgo Falla, UnB/ FGA
Orientador

Prof. (Doutorado): Taygoara F. Oliveira, UnB/ FT
Co-Orientador

Prof. (Doutorado): Eugênio Fortaleza, UnB/ FT
Membro Convidado

Brasília, DF
2013

Esse trabalho é dedicado aos meus pais que sempre me incentivaram e me deram todo apoio para realizar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família por sempre me dar apoio sempre que necessário e por me ajudar a conseguir alcançar meus objetivos.

Agradeço também ao CNPq e à CAPES por me concederem uma bolsa de estudos para a Espanha pelo programa Ciência Sem Fronteiras. O programa foi vital para a construção do meu conhecimento científico e cultural, proporcionando uma importante experiência de vida e recompensando os esforços feitos durante tantos anos de estudos.

Agradeço em especial aos meus orientadores, Maria del Pilar Hidalgo Falla e Taygoara Felamingo de Oliveira, que sempre me guiaram na direção correta, sendo na construção deste trabalho, na construção do conhecimento científico ou na construção do caráter pessoal, sendo sempre exemplos a serem seguidos.

O sucesso é ir de fracasso em
fracasso sem perder entusiasmo.
Winston Churchill.

RESUMO

A recuperação secundária de petróleo por injeção de água é interessante para aumentar a produção de petróleo e reaproveitar a água produzida. O trabalho foca, nesta primeira parte, no desenvolvimento dos modelos matemáticos e numéricos necessários para simular o comportamento de reservatório. O modelo matemático enfoca no escoamento bifásico imiscível em meio poroso. É baseado nas equações de conservação de massa de espécies e na equação de Darcy. A equação governante é escrita em termos da saturação de óleo em água. Além do modelo de escoamento é necessário modelar matematicamente o comportamento dos poços, que serão fontes ou sumidouros radiais, sendo que os sumidouros são os poços de produção e as fontes os injetores de água. O método numérico é o *Implicit Pressure Explicit Saturation* (IMPES) que resolve a pressão implicitamente e a saturação explicitamente, abordado neste trabalho de acordo com a formulação global de escoamento bifásico em meio poroso. O reservatório será discretizado em uma malha 3D e as derivadas serão discretizadas pelo método das diferenças finitas. Somente na segunda parte do trabalho serão feitas as simulações computacionais em linguagem FORTRAN 95.

Palavras-chave: 1. Escoamento bifásico. 2. IMPES. 3. Simulação

ABSTRACT

The secondary oil recovery by water flooding is interesting for it's potential to increasing oil recuperation and reuse of produced water. The work focuses, in this first step, in the development of mathematical and numerical models necessary to simulate the reservoir behavior. The mathematical model is the two-phase immiscible flow in porous media. It is based in conservation of mass and momentum (Darcy) equations. The governing equation is based in terms of water and oil saturation. Besides the flow model it is necessary to model mathematically the well, which will be radial source or sink, where the source is a water injector well and the sink is a production well. The numerical method is the *Implicit Pressure Explicit Saturation* (IMPES) which solves the pressure implicitly and the saturation explicitly. The reservoir will be discretized in 3D by grid blocks and the differentials will be discretized by the method of finite difference. The computational simulation will only be done in the second part of the work and, the computational language will be FORTRAN 95.

Keywords: Two-phase immiscible flow. IMPES. Simulation

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Contribuições interdisciplinares para modelamento numérico de simulação [Fonte: Fanchi, 2006].	15
Figura 2.1 – Transição da escala micro para macro [Jambhekar, 2011].	21
Figura 2.2 – Típicas curvas de permeabilidade relativa. [Chen, 2006C]	23
Figura 2.3 – Curvas típicas pressão capilar [Chen, 2006C]	23
Figura 2.3 - Volume elementar representativo com fluxo advectivo.[Chen, 2006B]	24
Figura 3.1 – Bloco de uma malha com um poço atravessando-o completamente, demonstrando fluxo radial. [Fonte: Shu, Jones (2005).]	31
Figura 3.2 - Diferença finita com célula centralizada em uma malha quadrada. [Fonte: Z. Chen et al (2006)]	32
Figura 3.3 – Fluxo radial de produção. [Fonte: Z. Chen et al (2006)]	33
Figura 4.1 – Ilustração de aproximações de f' . [Fonte: Bortoli, 2009A]	38
Figura 4.2 – Modelo de malha retangular 3D. [Fonte: Y. Cheng]	40
Figura 4.3 – Esquematização das variações para blocos centrados.	40
Figura 4.4 – Método de bloco centrado para malhas irregulares.	40
Figura 4.5 – Malha retangular para simular o comportamento dos reservatórios. [Fonte: Chen et al (2006D)]	48
Figura 4.6 – Razão de produção água-óleo. (a) $DS_{max} = 0.05$. (b) $DS_{max} = 0.02$: [Fonte: Z. Chen et al (2006D)]	51
Figura 4.7 – Razão de produção água-óleo. (a) $DS_{max} = 0.01$. (b) $DS_{max} = 0.005$ [Fonte: Chen et al (2006D)]	52
Figura 4.8 – Razão de produção água-óleo. (a) $DS_{max} = 0.002$. (b) $DS_{max} = 0.001$ [Fonte: Chen et al (2006D)]	52
Figura 5.1- Campo de saturação inicial.	55
Figura 5.2- Campo de pressão inicial	56
Figura - 5.3(a,b) – Após 7 horas de produção : (a) campo de pressão; e, (b) Campo de saturação.	58
Figura 5.4 – Vetores de velocidade no reservatório após 7 horas de produção.	58
Figura 5.6 – Curva de pressão média no poço no caso 1.	59
Figura 5.7 – Curva de pressão nos blocos dos poços produtores.	59
Figura 5.8 – Formação de cone.	60
Figura 5.9 – Linhas de fluxo quando é interrompida a produção de óleo.	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Dimensões do blocos de acordo com as posições i, j, k	48
Tabela 4.2 – Relação entre profundidade e permeabilidade. [Fonte: Chen et al (2006E)].....	50
Tabela 4.3 – Propriedades iniciais [Fonte: Chen et al (2006E)]	50
Tabela 4.4 – Relação de propriedade de reservatório em função da saturação [Fonte: Chen et al (2006D)].....	50
Tabela 4.5 – Tempos de cálculo computacional [Fonte: Chen et al (2006D)]	53
Tabela 5.1 – Localização e pbh dos poços no modelo 1.....	57
Tabela 5.2 – Localização e vazão dos poços no modelo 2.	57

LISTA DE SÍMBOLOS

h_i	Dimensão de um bloco em determinada direção i (m)
S_o	Saturação da fase não molhante (-)
S_w	Saturação da fase molhante (-)
S_α	Saturação da fase α (-)
f_o	Fluxo fracionado da fase não molhante (-)
f_w	Fluxo fracionado da fase molhante (-)
f_α	Fluxo fracionado da fase alfa (-)
k_{ro}	Permeabilidade relativa da fase não molhante (-)
k_{rw}	Permeabilidade relativa da fase molhante (-)
$k_{r\alpha}$	Permeabilidade relativa da fase α (-)
k_{xx}	Coeficiente de permeabilidade intrínseca na direção do eixo x ($1 \times 10^{-12} \text{ m}^2$)
k_{yy}	Coeficiente de permeabilidade intrínseca na direção do eixo y ($1 \times 10^{-12} \text{ m}^2$)
k_{zz}	Coeficiente de permeabilidade intrínseca na direção do eixo z ($1 \times 10^{-12} \text{ m}^2$)
p_{bh}	Pressão de fundo de poço (Pa)
p_c	Pressão capilar (Pa)
p_o	Pressão da fase não molhante (Pa)
p_w	Pressão da fase molhante (Pa)
p_α	Pressão da fase α (Pa)
q_o	Vazão mássica de fonte ou sumidouro da fase não molhante (kg s^{-1})
q_w	Vazão mássica de fonte ou sumidouro da fase molhante (kg s^{-1})
q_α	Vazão mássica de fonte ou sumidouro da fase α (kg s^{-1})
r_e	Raio efetivo de um poço (m)
r_w	Raio de um poço (m)
S_k	<i>Skin Factor</i> (-)
z_{bh}	Profundidade de referência (m)
\mathbf{u}_o	Vetor velocidade de Darcy para a fase não molhante (m s^{-1})
\mathbf{u}_w	Vetor velocidade de Darcy para a fase molhante (m s^{-1})
\mathbf{u}_α	Vetor velocidade de Darcy para a fase α (m s^{-1})
λ_o	Mobilidade de fase não molhante (m s kg^{-1})
λ_w	Mobilidade de fase molhante (m s kg^{-1})
λ_α	Mobilidade de fase α (m s kg^{-1})
μ_o	Viscosidade dinâmica da fase não molhante ($\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$)
μ_w	Viscosidade dinâmica da fase molhante ($\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$)
μ_α	Viscosidade dinâmica da fase α ($\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$)
ρ_o	Densidade da fase não molhante (kg m^{-3})
ρ_w	Densidade da fase molhante (kg m^{-3})
ρ_α	Densidade da fase α (kg m^{-3})
ϵ_m	Erro médio
Γ	Região de contorno (-)
Ω	Volume de controle (-)
S	Saturação (-)
WI	Índice de poço
g	Aceleração da gravidade (m s^{-2})
k	Coeficiente de permeabilidade intrínseca ($1 \times 10^{-12} \text{ m}^2$)
p	Pressão (Pa)
r	É um raio qualquer (m)
t	Tempo (s)

z	Profundidade(m)
\mathbf{K}	Tensor de permeabilidade intrínseca ($1 \times 10^{-12} \text{ m}^2$)
\mathbf{u}	Vetor velocidade de Darcy total (m s^{-1})
α	Fase (-)
ϕ	Porosidade (-)
ϱ	Função de contorno (-)
\mathbf{v}	Vetor unitário ortogonal ao contorno (-)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
CONTEXTUALIZAÇÃO	14
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
1.2.1. Modelos matemáticos de escoamento	16
1.2.2. Métodos numéricos	17
1.2.3. Modelos de poços	18
1.2 OBJETIVOS	19
2. EQUAÇÕES DE TRANSPORTE DE ESCOAMENTO DE FLUIDO BIFÁSICO IMISCÍVEL EM MEIO POROSO.	20
2.1 INTRODUÇÃO	20
2.2 PARÂMETROS	21
2.2.1 – Porosidade (ϕ):	21
2.2.2 – Saturação ($S\alpha$):	22
2.2.3 – Permeabilidade intrínseca (k):	22
2.2.4 – Pressão capilar (P_c):	23
2.3 BALANÇO DAS EQUAÇÕES PARA O IMPES	24
2.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO	28
2.4.1 Condições de contorno para as Equações (2.10) e (2.11).	28
2.4.2 Condições de contorno para formulação global	29
3. MODELAMENTO DE POÇO	30
3.1 DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO	30
3.2 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	32
3.2.1 Malhas quadradas	32
3.2.2 Extensões	33
4. IMPES	36
4.1 O MÉTODO IMPES	36
4.2 MÉTODOS NUMÉRICOS	38
4.2.1 Diferenças finitas	38
4.2.2 Métodos implícitos e explícitos	41
4.2.3 O método de Gauss-seidel	42
4.3 DESENVOLVIMENTO GERAL DE SIMULAÇÃO	43
4.4 THE SEVENTH SPE PROJECT: MODELO HORIZONTAL DE POÇO.	47
5. Simulação Computacional	54
THE 10TH SPE COMPARATIVE SOLUTION PROJECT.	54
RESULTADOS E DISCUSSÃO	57
Modelo 1 – Caso 1	57
Modelo 1 – Caso 2	Erro! Indicador não definido.
Modelo 2 – Caso 1	Erro! Indicador não definido.
Modelo2 – Caso 2	Erro! Indicador não definido.
6. CONCLUSÃO	61
7. Referências Bibliográficas	63

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A indústria do petróleo conta com várias etapas de produção. Uma delas é a extração do óleo contido nas rochas reservatórios. Existem três formas de recuperar o petróleo que está contido neste meio poroso, por meio de recuperação: primária, secundária e terciária (Chen et al, 2006A). Quando o poço não tem mais energia para ser autossuficiente, ou seja, a pressão interna é menor que a pressão ambiente ele para de produzir petróleo. Uma opção viável é injetar algum fluido para aumentar a pressão no reservatório para recuperar parte do óleo restante, isso caracteriza a recuperação secundária, sendo a água uma possibilidade de fluido a ser injetado, além de ser uma ótima opção como descarte de água produzida (Warner H.R.Jr., 2007).

É de fundamental interesse prever o comportamento da produção de petróleo a partir da recuperação secundária de petróleo, pois assim pode-se maximizar o volume de óleo e minimizar o volume de água produzido. A partir de certo ponto o poço começa a não ser mais rentável, pois começa a produzir uma razão entre água e óleo (*water cut*) que deixa de ser rentável devido aos custos de tratamento de água e energia gasta em relação ao ganho de óleo produzido. Segundo Hill et al (2007), os custos totais de separação, tratamento e eliminação dessa água foi de 50 bilhões de dólares no ano de 2011 na indústria petrolífera.

Sabendo-se as características do reservatório ao início do processo e/ou estimando-as, é possível prever os comportamentos de deslocamento de massa dentro dos reservatórios por meio de simulação, descobrindo-se assim até que ponto o poço é produtivo, ou seja, quanto de volume de água e qual a pressão de injeção que deve ser posta ao longo do período de recuperação para ser extraído o maior volume de óleo evitando a produção de água por *water coning*, por exemplo. Além disso, pode auxiliar na escolha da disposição do poço de injeção e de seu tamanho (Nghiem, 1991).

Um trecho do livro Petroleum Engineering Handbook (Holstein, 2007) traduzido: “As ferramentas de simulação do reservatório variam de intuição e julgamento do engenheiro à modelos matemáticos complexos requerendo uso de computadores digitais. A questão não é se se deseja simular, porém qual ferramenta ou método

será utilizado”, refere que a simulação sempre tem que ser feita, sendo ela complexa ou não, indicando a sua grande importância para otimização da extração de petróleo.

1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um modelo matemático de reservatório consiste de um conjunto de equações diferenciais que descrevem como um ou mais fluidos fluem em reservatórios de petróleo, junto com um apropriado conjunto de condições iniciais e/ou de contorno. Em geral, as equações matemáticas governantes dos reservatórios de petróleo não podem ser resolvidas analiticamente. Somente após grande avanço na tecnologia da computação digital que foram avançados trabalhos na área de simulação para prever, entender e melhorar os processos de recuperação de petróleo, segundo (Chen et al, 2006A).

Para fazer um modelo numérico para descrever o comportamento físico do fluido presente na rocha precisam ser considerados certos aspectos interdisciplinares, que podem ser apresentados na figura 1.1:

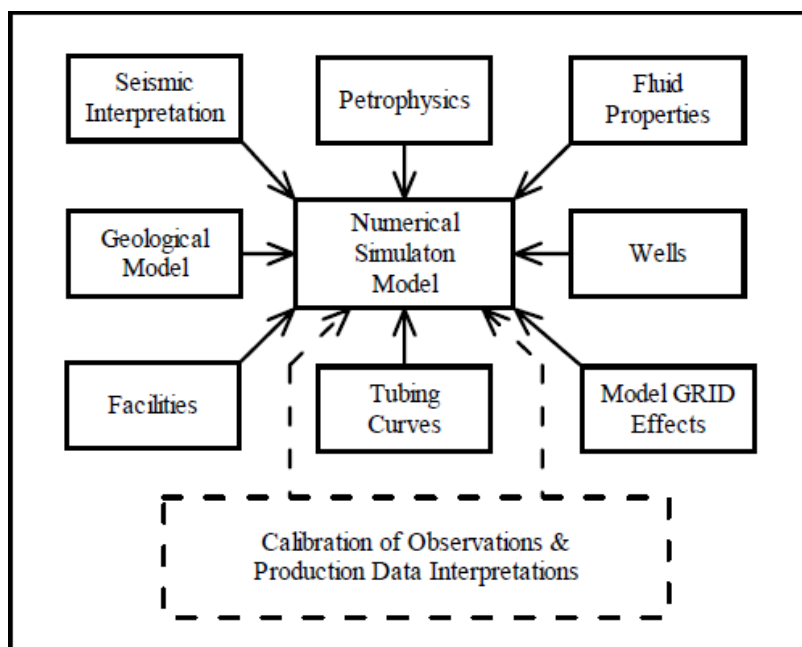


Figura 1.1 – Contribuições interdisciplinares para modelamento numérico de simulação [Fonte: Fanchi, 2006].

Fica claro que são muitos aspectos que influenciam no algoritmo e dependendo do nível de detalhamento o código pode ficar muito extenso e complexo. Segundo

Holstein (2007), modelos são referidos pelos tipos e no presente trabalho serão necessário três tipos: modelos matemáticos de escoamento de fluido em meio poroso; modelo matemático de poço, e; modelos numéricos. Além de fórmulas matemáticas e estimar comportamentos, são necessários dados do meio, como composição física, química, estrutural e disposição de elementos.

1.2.1. Modelos matemáticos de escoamento

Os modelos matemáticos de escoamento de um fluido em meio poroso começou com Darcy (1856), que postulou a lei de Darcy, utilizada como equação do momento. O que rege o modelo matemático de escoamento do fluido é o conjunto de equações que levam em consideração a conservação da massa, energia (estado) e momento, considerando as características do meio poroso, como permeabilidade e porosidade. Apresentam diferentes níveis de complexidade, dependendo do número de parâmetros que são considerados. Número de fases, tipo de fluido, miscibilidade entre os fluidos, isotropia, transferência de calor e propriedades materiais do meio são alguns dos parâmetros a serem levados em consideração, com maior nível de detalhamento dependendo do modelo. Entretanto, a lei de Darcy só se aplica a fluidos Newtonianos em certa faixa de número de Reynolds, transpassada essa faixa eles seguem a lei de Forchheimer, descrita pela primeira vez em Forchheimer (1901).

Alguns modelos matemáticos são apresentados em Chen et al (2006B):

- Escoamento monofásico: considerando a diferença de líquido e gás; considerando meio deformável e fraturas; escoamentos que não respeitam a lei de Darcy e compressíveis.
- Escoamento Bifásico imiscível, mais normalmente utilizado quando há injeção de água;
- Black oil, modelo para três fases (água, óleo e gás);
- Volatile oil, é uma aproximação do modelo Black oil para fluidos com elevado grau de API;
- Composicional, que considera a composição das fases de hidrocarboneto e transferência de massa entre fases;

- Não-isotérmico, considera que o fluido não é isotérmico e a equação da conservação da energia é levada em consideração;
- Composicional químico, especialmente utilizado para recuperação terciária quando há injeção de componentes químicos;
- Escoamento em matriz com fratura, generalização para utilizar modelos citados em reservatórios que possuem fratura.

O modelo a ser utilizado no presente trabalho é o escoamento bifásico imiscível em meio poroso. Tal escoamento considera que há duas fases: água e óleo, que não ocorre transferência de massa entre as fases (pressão acima do ponto de vapor) e que são incompressíveis. A saturação, pressão capilar e permeabilidade relativa são consideradas. Podem-se formular diferentes sistemas de equações diferenciais para este tipo de escoamento, dependendo do que se quer utilizar como parâmetro para simular: pressão, saturação ou os dois. A formulação que só depende das pressões pode ser resolvida com o método *Simultaneous Solution* (SS), primeiramente desenvolvida por Douglas et al. (1959). Quando se utiliza a saturação da água e a pressão do óleo para a construção das equações, normalmente se usa o método *Implicit Pressure and Explicit Saturation* (IMPES) para simular o sistema.

1.2.2. Métodos numéricos

O IMPES, segundo Chen et al (2006D), é considerado uma boa aproximação para o modelo bifásico imiscível, relativamente fácil de montar e implementar e possui menor custo de memória computacional e por isso será utilizado para as simulações no presente trabalho.

Tal método foi originalmente desenvolvido por Sheldon et al. (1959) e Stone & Garder (1961). O método resolve o sistema de equações do escoamento bifásico separando o cálculo da pressão e da saturação, a pressão é resolvida de modo implícito e a saturação de modo explícito. As equações dos primeiros modelos desenvolvidos possuem um forte acoplamento e foi desenvolvido um modelo de pressão global, apresentado em Antontsev (1972), e aplicado para escoamento bifásico em Chen (2001). Em Chen et al (2004), foi desenvolvido um IMPES melhorado que subdivide os cálculos de saturação em menores passos de tempo. Em Kou & Sun (2010) é apresentada uma formulação baseado no IMPES melhorado para matrizes heterogêneas.

Normalmente, os reservatórios de petróleo são aproximados por uma malha cartesiana, que é um bloco retangular 3D dividido em blocos menores que podem possuir características distintas de concentração, pressão, temperatura, permeabilidade e tamanho. Normalmente são discretizados utilizando os métodos numéricos de diferenças finitas, métodos baseados em elementos finitos e também outros como o *Streamline-based flow simulation*. O método de elementos finitos foi inventado por Courant (1943), e se destaca em comparação ao método de diferenças finitas por conseguir discretizar estruturas mais complexas, por possuir condições de contorno mais flexíveis e por controlar mais facilmente diferentes propriedades materiais. *Streamline-based flow simulation*, apresentado em Holstein (2007), se diferencia dos outros modelos citados, pois a saturação das fases e os componentes são transportados por uma malha baseada em caminhos lineares predefinidos e não de bloco em bloco.

1.2.3. Modelos de poços

Além de saber como o fluido se comporta, é necessário saber como os poços (wells) se comportam em relação ao fluido transportado dentro do reservatório. Os poços podem ser produtores ou injetores. Os produtores são os que recuperam o petróleo preso na rocha e os injetores injetam substâncias como a água para auxiliar na produção. A maior dificuldade de simular um poço é a diferença de escala que há entre o seu tamanho e o tamanho de um bloco da malha no qual está contido, pois a pressão do poço é maior que a pressão média do local onde estão contidos e pode-se formar cones de água (Lee, 2007), se mal planejado. Várias aproximações numéricas foram feitas: a clássica por Peaceman em 1977, que considera um poço vertical numa malha cartesiana uniforme, penetrando completamente um bloco com fluxo monofásico radial e sem interação com os contornos e outros poços; em 1983 apresentou um modelo para malhas não uniformes, anisotrópicas e multifásico; e, em 1987 apresentou modelo não centralizado e com mais de um poço por bloco. Existem outras aproximações mais modernas como a desenvolvida por Jonathan Holmes (Schlumberger, 2004) que utiliza as mesmas aproximações de peaceman, porém corrige o modelo inclinado (não alinhados com o grid) de poços utilizando projeções ortogonais e a aproximação desenvolvida pelo departamento de engenharia de Petróleo de Stanford (Serve, 2002), que utiliza um modelo semi analítico para construir o poço, que usa as pressões nos poços e a distribuição dos

fluxos de entrada (inflows) calculados semi-analiticamente, as pressões do poço no bloco são obtidas por um simulador numérico.

Há uma grande gama de possibilidades para a simulação de reservatórios e muitos modelos desenvolvidos que funcionam melhor que o outro em determinadas condições, seja pelo gasto computacional, pela complexidade ou pelos fatores constitutivos do reservatório. Será simulada a recuperação secundária de petróleo por injeção de água e para isso foi escolhido o modelo de escoamento bifásico imiscível, modelos de poços anisotrópicos segundo Peaceman (1983) e o IMPES clássico, utilizando a diferença finita para a discretização e a linguagem computacional FORTRAN 95.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é entender todas as etapas necessárias para a simulação de escoamento dentro de um reservatório de petróleo devido a injeção de água e ao final mostrar um ou mais códigos funcionais baseados no IMPES para diversos modelos e disposição de elementos.

Os objetivos específicos para a primeira parte do trabalho são:

- Revisão bibliográfica geral de simulação computacional de reservatórios;
- Estudo aprofundado do modelo de escoamento bifásico imiscível em meio poroso em formulação geral e global;
- Estudo aprofundado de métodos numéricos para discretização;
- Estudo de métodos numéricos para solução de sistemas lineares e não-lineares;
- Estudo de métodos implícitos e explícitos;
- Estudo dos modelos de poços de Peaceman; e,
- Estudo do método IMPES clássico.

Os objetivos específicos para a segunda parte do trabalho são:

- Construção de diferentes modelos de reservatório para simulação e comparação;
- Construção dos algoritmos relacionados aos modelos;
- Construção dos códigos em Fortran 95, e;

- Simulação e comparação de resultados para produção óleo, razão entre água e óleo produzidos etc.

2. EQUAÇÕES DE TRANSPORTE DE ESCOAMENTO DE FLUIDO BIFÁSICO IMISCÍVEL EM MEIO POROSO.

Em simulações de reservatório, às vezes é interessante o escoamento simultâneo de duas fases ou mais de fluidos num meio poroso. Como falado na introdução, ocorre normalmente no “waterflooding” (Warner Jr., 2007), que é a injeção de água por meio de um poço injetor para aumentar a pressão dentro do reservatório e mover o óleo. São consideradas duas fases imiscíveis escoando e não há transferência de massa entre as fases. Para que este fenômeno ocorra, é necessário que o fluido esteja acima do ponto de vapor, assim os gases contidos dentro do óleo não evaporarão, caso contrário será formado escoamento trifásico, representado pelo modelo modelo Black-oil. Consideram-se duas fases: uma que molha mais os poros do meio, fase molhante (w), e; a outra que é denominada, fase não-molhante (o). A água será fase que molha mais e o óleo será a outra. Em geral, a água é o fluido molhante em relação ao óleo e o óleo é o fluido molhante em relação ao gás, de acordo com Chen et al (2006A).

2.1 INTRODUÇÃO

O escoamento em meio poroso é considerado em escala macro, ou seja, não se preocupa com o comportamento molecular e sim com o comportamento médio do fluxo, utilizando valores médios de densidade, ρ , e viscosidade, μ , de cada fase (D. A. Nield and A. Bejan, 2006). A Figura 2.1 exemplifica a transição do modelo micro para o macro, onde observa-se a simplificação do espaço ocupado pelo fluido e pela fase sólida. Como a rocha reservatório, que pode ser identificada por um volume de controle Ω , é muito grande esta será subdividida em volumes menores chamados volumes elementares representativos $\partial\Omega$ (do inglês, *representative elementary volume, REV*), que consideram as mesmas propriedades no seu interior. Em meio poroso são considerados os seguintes parâmetros: S , k e ϕ , que são a saturação das fases, a permeabilidade intrínseca e a porosidade do meio, respectivamente.

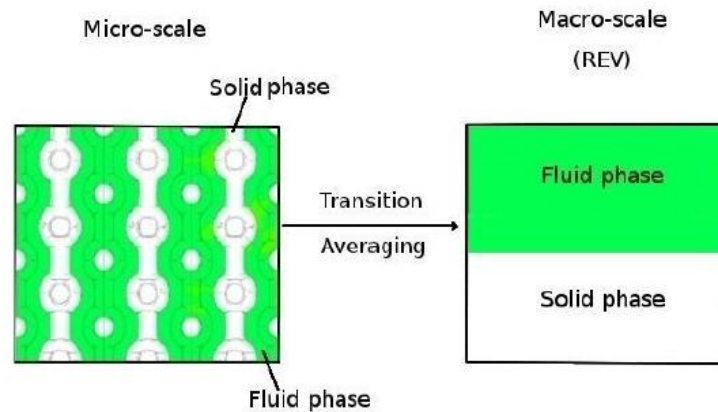


Figura 2.1 – Transição da escala micro para macro [Jambhekar, 2011].

O meio está em equilíbrio térmico, que considera que todas as fases possuem uma mesma temperatura em um determinado volume elementar representativo; Equilíbrio químico, que considera que não há troca de componentes em uma fase ou entre fases; e equilíbrio mecânico, que considera que há equilíbrio de pressão na fronteira entre as fases, considerando a pressão capilar, P_c , em meios porosos.

2.2 PARÂMETROS

Esta parte é baseada em Jambhekar (2011) e Chen (2006C), onde são mostrados os parâmetros que diferenciam o escoamento em meio poroso de mais de uma fase.

2.2.1 – Porosidade (ϕ):

Os poros são os espaços vazios interconectados dentro de uma matriz sólida. A Porosidade é a razão do volume dos poros e do volume total do espaço considerado. Pode ser calculada pela Eq. (2.1),

$$\phi = \frac{\text{Volume de espaços vazios em } \Omega}{\text{Volume total } \Omega} \quad (2.1)$$

sendo que ϕ é um parâmetro adimensional que pode variar com o tempo, caso haja deformação da rocha, porém será considerado constante em todos volumes representativos $\partial\Omega$ nesse estudo.

2.2.2 – Saturação (S_α):

Quando se fala de escoamento em meio poroso com mais de uma fase é necessário utilizar o parâmetro de saturação que é a razão do volume ocupado nos poros por cada fase α pelo volume total dos poros em um $\partial\Omega$. Pode ser calculada pela Eq. (2.2).

$$S_\alpha = \frac{\text{Volume da fase } \alpha \text{ em } \partial\Omega}{\text{Volume de espaços vazios em } \partial\Omega} \quad (2.2)$$

É um parâmetro adimensional. Sendo que a soma das saturações da fase molhante e não molhante do modelo bifásico imiscível é 1:

$$S_o + S_w = 1 \quad (2.3)$$

sendo S_o e S_w as saturações das fases molhante e não molhante, respectivamente. O valor de S_w para o qual a água começa a fluir é denominado saturação crítica S_{wc} , e para o qual o óleo para de fluir é denominada saturação residual S_{or} .

2.2.3 – Permeabilidade intrínseca (k):

A permeabilidade é uma propriedade do meio que mede a habilidade de um meio poroso de transmitir fluido. É uma propriedade direcional e é representada por um tensor de permeabilidade intrínseca K , que possui 9 direções, porém, em certos casos, pode ser considerado diagonal para simplificação:

$$K = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Em escalas SI, possui unidade de metro ao quadrado (m^2). Quando há mais de uma fase utiliza-se a permeabilidade relativa:

$$K_\alpha = k_{r\alpha}(S_w) \cdot K \quad (2.5)$$

sendo K_α , $k_{r\alpha}$ e K , são o tensor de permeabilidade intrínseca da fase α , a permeabilidade relativa da fase α e o tensor de permeabilidade intrínseca. A permeabilidade relativa é dependente da saturação do meio e possui, normalmente, uma curva semelhante a mostra na Fig. (2.2):

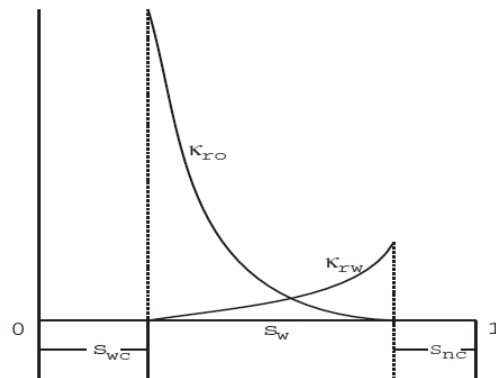


Figura 2.2 – Típicas curvas de permeabilidade relativa. [Chen, 2006C]

2.2.4 – Pressão capilar (P_c):

Graças à curvatura do meio e a tensão superficial ocorre uma diferença entre a pressão da fase molhante(w) em relação à fase não molhante(o). A diferença de pressão é dada pela pressão capilar, Eq. (2.6):

$$P_c(S_w) = P_o - P_w \quad (2.6)$$

sendo P_c , P_o e P_w , as pressões capilar, do fluido não molhante e do fluido molhante, respectivamente. Considerando meios macros, a capilaridade sofre bastante influência da saturação do fluido molhante, portanto, pode ser indicada como função de S_w .

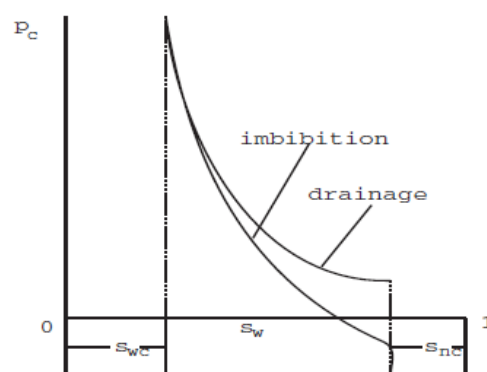


Figura 2.3 – Curvas típicas pressão capilar [Chen, 2006C]

A Fig. (2.3) mostra a dependência do valor de pressão capilar quanto à forma de fluxo: imbibição e drenagem. A imbibição é o deslocamento de um fluido por outro, é o princípio de deslocamento utilizado pelos métodos de recuperação secundária.

2.3 BALANÇO DAS EQUAÇÕES PARA O IMPES

As equações que governam o escoamento de fluidos em meio porosos são a conservação de massa, a velocidade de Darcy e a equação de estado. Considera-se que os fluxos de massa devido à dispersão e difusão são pequenos em comparação ao fluxo de massa devido à velocidade (advectivos), por isso podem ser negligenciados e que a interface entre as fases fluido-sólido possui uma superfície material com respeito ao fluxo de massa, para que não haja transporte através dessa interface.

A equação da continuidade ou equação da conservação de massa postula que toda a variação de massa dentro de um volume elementar representativo $\partial\Omega$ é zero.

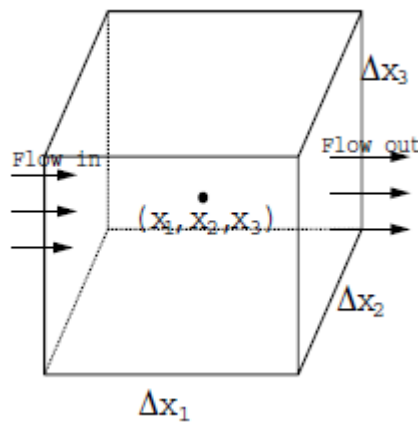


Figura 2.3 - Volume elementar representativo com fluxo advectivo.[Chen, 2006B]

A equação de conservação de massa é para um escoamento livre de fluido em meio poroso é dada por:

$$\frac{\partial(\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha}) - q_{\alpha} = 0 \quad \alpha = w, o \quad (2.7)$$

onde ρ_{α} é a densidade, t é o tempo, \mathbf{u}_{α} é o vetor velocidade de Darcy, q_{α} é uma fonte ou sumidouro (escoamento radial) e o parâmetro α indica qual a fase. Na Eq. (2.7) o primeiro termo, da esquerda para direita, é devido à variação de massa relacionado à compressibilidade e saturação, o segundo termo vem da variação dos fluxos de entrada e saída do volume elementar $\partial\Omega$ e o terceiro está relacionado com a retirada ou injeção de fluido dentro de Ω por meio de sumidouros ou fontes radiais.

A lei de conservação do momento é dada pela lei de Darcy que indica a relação entre a velocidade do fluido e o gradiente de pressão ∇p para escoamento de mais de uma fase pode ser dada por:

$$\mathbf{u}_\alpha = \frac{K k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \cdot (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha g \nabla z) \quad \alpha = w, o \quad (2.8)$$

sendo que p_α , ρ_α , g e z são as pressões e as densidades de cada fase α , a aceleração gravitacional, e a profundidade. O gradiente de pressão pode ser dado pela seguinte equação:

$$\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x_1}, \frac{\partial p}{\partial x_2}, \frac{\partial p}{\partial x_3} \right)$$

A coordenada x_3 é um vetor vertical para baixo em poços de petróleo, é a direção da profundidade que aumenta o quanto mais distante da superfície.

Normalmente, não há fonte ou sumidouro de massa no escoamento bifásico num meio tridimensional. Entretanto, como aproximação, pode-se considerar o caso em que q_α está localizado em pontos isolados $\mathbf{x}^{(i)}$. Fontes e sumidouros são representações matemáticas de como se comportam os poços de injeção e produção, respectivamente. Uma aproximação matemática para lidar com estes pontos isolados é inclui-los na equação de conservação de massa por meio da equação:

$$q_\alpha = \sum_i \rho_\alpha^{(i)} q_\alpha^{(i)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}) \quad \alpha = w, o \quad (2.9)$$

Onde $q_\alpha^{(i)}$ é o volume de fluido produzido ou injetado por unidade de tempo em $\mathbf{x}^{(i)}$ e δ é a função delta de Dirac. A equação indica que em determinados pontos a injeção ou produção de fluidos será diferente de zero. Vale ressaltar que para essa formulação de conservação da massa, as vazões de produção e injeção são negativas e positivas, respectivamente.

Utilizando as equações mostradas acima, pode-se construir equações diferenciais alternativas. Utilizando p_o e S_w como as variáveis principais e utilizando as Equações (2.3), (2.5), (2.6) e (2.7), temos a equação:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{p_w}{\mu_w} \mathbf{K}_w \left(\nabla p_o - \frac{dp_c}{dS_w} \nabla S_w - \rho_w g \nabla z \right) \right) &= \frac{\partial(\phi \rho_w S_w)}{\partial t} - q_w, \\ \nabla \cdot \left(\frac{p_o}{\mu_o} \mathbf{K}_o (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \right) &= \frac{\partial(\phi \rho_o (1 - S_w))}{\partial t} - q_o \end{aligned} \quad (2.10)$$

Retirando os termos de saturação da equação, dividindo a primeira e segunda equação por ρ_w e ρ_o , respectivamente, e somando as equações resultantes, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot \left(\frac{p_w}{\mu_w} \mathbf{K}_w \left(\nabla p_o - \frac{dp_c}{dS_w} \nabla S_w - \rho_w g \nabla z \right) \right) &+ \frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot \left(\frac{p_o}{\mu_o} \mathbf{K}_o (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \right) \\ &= \frac{S_w}{\rho_w} \frac{\partial(\phi \rho_w)}{\partial t} + \frac{(1 - S_w)}{\rho_o} \frac{\partial(\phi \rho_o)}{\partial t} - \frac{q_o}{\rho_o} - \frac{q_w}{\rho_w}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Se a saturação é explicitamente calculada na Eq. (2.11), é possível usar a equação para resolver por p_o . Depois de computada a pressão, a segunda parte da Eq. (2.10) pode ser usada para calcular S_w . Esse é o método *implicit pressure-explicit saturation* (IMPES), que será mais bem explicado na seção 4.

Formulação global

A Equação (2.10) está fortemente acoplada. Para reduzir esse acoplamento, a equação é escrita de uma forma diferente e utiliza pressão global p . Para este trabalho a formulação global não se estende a densidades variáveis, portanto será constante. Em (Chen et al., 1995; Chen et al., 1997) é apresentada a formulação completa.

O modelo introduz a mobilidade de fases:

$$\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \quad \alpha = w, o \quad (2.12)$$

E a mobilidade geral:

$$\lambda = \lambda_w + \lambda_o \quad (2.13)$$

A mobilidade é um parâmetro que utiliza a permeabilidade relativa e a viscosidade dinâmica para medir um potencial de movimentar-se no meio poroso, quanto maior a mobilidade mais facilmente o fluido escoará. A partir desse parâmetro, o fluxo fracionado pode ser dado como:

$$f_\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{\lambda} \quad \alpha = w, o \quad (2.14)$$

Utilizando $S = S_w$, a pressão global será:

$$p = p_o - \int^{p_c(S)} f_w(p_c^{-1}(\xi)) d(\xi) \quad (2.15)$$

Sendo que $p_c^{-1}(\xi)$ é a função inversa de $p_c(S)$:

$$S = p_c^{-1}(p_o - p_w) \quad (2.16)$$

Portanto, a propriedade é válida:

$$\nabla p = \nabla p_o - f_w \nabla p_c \quad (2.17)$$

A velocidade total:

$$u = u_w + u_o \quad (2.18)$$

Utilizando as Equações (2.5), (2.7) e (2.16):

$$\mathbf{u} = K\lambda \cdot (\nabla p - (f_w \rho_w - f_o \rho_o) g \nabla z) \quad (2.19)$$

Dividindo as equações de conservação da massa por ρ_α , somando as equações e utilizando a Eq. (2.17), tem-se que:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o} \quad (2.20)$$

Substituindo as equações (2.19) em (2.20), tem-se:

$$\nabla \cdot (K\lambda \cdot (\nabla p - (f_w \rho_w - f_o \rho_o) g \nabla z)) = -\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o} \quad (2.21)$$

Utilizando-se as Equações (2.6), (2.9), (2.18) e (2.19), pode-se relacionar as equações de velocidade por fase com a velocidade total. A relação foi obtida pela comparação dos termos das velocidades de fase e na velocidade total:

$$\mathbf{u}_\alpha = a\mathbf{u} + b$$

Sendo que a e b são parâmetros que podem ser diferentes para cada tipo de fase. Após comparação de termos as relações é igual a:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_w &= f_w \mathbf{u} + K \lambda_o f_w \nabla p_c + K \lambda_o f_w (\rho_w - \rho_o) g \nabla z \\ \mathbf{u}_o &= f_w \mathbf{u} - K \lambda_w f_o \nabla p_c + K \lambda_w f_o (\rho_o - \rho_w) g \nabla z \end{aligned} \quad (2.22)$$

Utilizando as Equações (2.7) e (2.22), obtêm-se uma equação de saturação, utilizando $S = S_w$:

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot \left(K \lambda_o f_w \left(\frac{dP_c}{dS} \nabla S + (\rho_w - \rho_o) g \nabla z \right) + f_w \mathbf{u} \right) = -S \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{q_w}{\rho_w} \quad (2.23)$$

O IMPES para a formulação global parte de uma saturação inicial conhecida e calcula $p(= p_o)$ pela equação.

2.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para que as equações diferenciais sirvam a um sistema, são necessárias condições iniciais e condições de contorno. São apresentadas condições de contorno para as Equações do IMPES e da formulação geral. O contorno externo de do domínio Ω considerado é dado por Γ .

2.4.1 Condições de contorno para as Equações (2.10) e (2.11).

Quando a pressão na fase não molhante (p_o) é especificada como uma função conhecida do tempo e posição em Γ , o contorno entende:

$$p_o = \varrho_{o,1} \quad \text{em } \Gamma \quad (2.24)$$

Quando se sabe o fluxo e massa da fase α em Γ , a condição de contorno é dada por:

$$\rho_\alpha \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{v} = \varrho_{\alpha,2} \quad \text{em } \Gamma \quad (2.25)$$

onde \mathbf{v} indica um vetor normal unitário perpendicular a Γ e $\varrho_{\alpha,2}$ é dado. Para um contorno impermeável para a fase α , $\varrho_{\alpha,2} = 0$.

Quando Γ é um contorno semipermeável para a fase α , a condição de tipos misturados acontece:

$$\varrho_{\alpha,p} p_\alpha + \varrho_{\alpha,u} \rho_\alpha \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{v} = \varrho_{\alpha,23} \quad \text{em } \Gamma \quad (2.26)$$

onde $\varrho_{\alpha,p}$, $\varrho_{\alpha,u}$ e $\varrho_{\alpha,3}$ são funções conhecidas.

Algumas vezes a saturação também é dada em Γ para o sistema:

$$S_w = \varrho_4 \quad \text{em } \Gamma \quad (2.27)$$

Para condições iniciais se especifica:

$$S_w(\mathbf{x}, 0) = S_{w,0}(\mathbf{x}) \quad (2.28)$$

$$p_o(\mathbf{x}, 0) = p_{o,0}(\mathbf{x}) \quad (2.29)$$

onde $S_{w,0}(\mathbf{x})$ e $p_{o,0}(\mathbf{x})$ são funções conhecidas

2.4.2 Condições de contorno para formulação global

As condições de contorno são como aquelas prescritas na seção anterior (2.3.1), porém nesse modelo são incorporadas quantidades globais. A condição de contorno para a pressão é dada por:

$$p = \varrho_1 \quad \text{em } \Gamma \quad (2.30)$$

onde p é definido pela equação (pressão global) e ϱ_1 é determinado por:

$$\varrho_1 = \varrho_{o,1} - \int^{\varrho_{o,1} - \varrho_{w,1}} f_w(p_c^{-1}(\xi)) d\xi. \quad (2.31)$$

também , quando o total de fluxo de massa é conhecido em Γ , usando a equação (condição de controno massa) que

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \varrho_2 \quad \text{em } \Gamma \quad (2.32)$$

onde

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_{o,2}}{\rho_o} + \frac{\varrho_{w,2}}{\rho_w} \quad (2.33)$$

para um contorno impermeável, $\varrho_2 = 0$.

3. MODELAMENTO DE POÇO

Os poços têm um importante papel na simulação de escoamentos em reservatórios de petróleo. Os poços, no modelo matemático de reservatório, são os pontos onde a produção e a injeção são localizados. A pressão em um bloco que contém um poço é diferente da pressão média naquele bloco e diferente da pressão de fundo de buraco para o poço p_{bh} (Peaceman, 1977A). A dificuldade em modelar um poço está na diferença de tamanho que há entre o bloco na simulação numérica e o tamanho de um poço, pois o gradiente de pressão é muito maior nas regiões próximas ao poço e as dimensões do poço são muito menores na direção do fluxo. Se mal modelado pode gerar problemas como cones de água que trazem prejuízos à produção (Lee, 2007).

3.1 DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO

A derivação das equações de fluxo de poço é baseada na suposição de que o fluxo é radial nas vizinhanças do poço, e que requer fórmulas analíticas para fluxo radial. Considerando fluxo monofásico sem a influência da gravidade, em estado estacionário e com o poço na posição vertical, pode-se definir a equação de conservação de massa de acordo com a equação:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = q\delta \quad (3.1)$$

onde ρ é a densidade, \mathbf{u} é a velocidade Darcy, q é a produção ou injeção de massa no poço e δ é a função delta de Dirac que especifica que só se considera o fluxo no ponto onde há o poço. A velocidade de Darcy pode ser definida, nos mesmos parâmetros, como:

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\mu} \mathbf{K} \cdot \nabla p \quad (3.2)$$

onde a \mathbf{K} é tensão de permeabilidade intrínseca do meio, μ é a viscosidade dinâmica, e p é a pressão.

Assumindo que:

- O fluxo é dado nas direções de x e y do bloco representado pela figura 3.1;
- O eixo central do poço é a origem do plano xy;
- A densidade e a viscosidade são constantes;

- O reservatório é homogêneo e isentrópico;
- O fluxo é radial muito próximo ao poço.

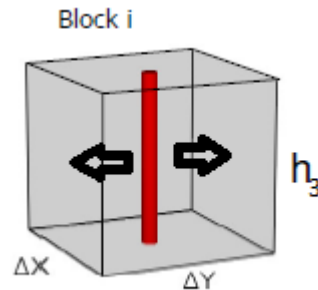


Figura 3.1 – Bloco de uma malha com um poço atravessando-o completamente, demonstrando fluxo radial. [Fonte: Shu, Jones (2005).]

Podemos assumir que o fluxo é regido pela equação de fonte ou sumidouro:

$$\frac{du(r, \theta)}{dr} + \frac{1}{r}u(r, \theta) = 0 \quad (3.3)$$

onde u é uma função do raio r e do ângulo θ que governam o fluxo radial. A Eq. (3.3) tem solução $u = C/r$. A quantidade de massa que o poço produz é igual à velocidade do fluxo vezes a área e a densidade do fluido, portanto, q , pode ser relacionado com u pela fórmula:

$$q = u2\pi rh_3\rho \quad (3.4)$$

sendo h_3 o comprimento do poço no bloco, e $2\pi rh_3$ a área em que o fluxo passa perpendicular. Substituindo a Equação (3.4) em (3.2) pode-se encontrar a relação:

$$p(r) = p(r_w) - \frac{q\mu}{2\pi\rho kh_3} \ln(r/r_w) \quad (3.5)$$

A Eq. (3.5) é o modelo analítico de fluxo próximo ao poço. O desenvolvimento das equações de poço é baseado nos métodos numéricos para discretização dos reservatórios: método das diferenças finitas, método dos elementos finitos, método dos elementos finitos de volume de controle e mistura de métodos de elementos finitos. No presente trabalho será abordado o método das diferenças finitas.

3.2 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O primeiro estudo compreensivo das equações de poço foi feito por (Peaceman, 1977) para o método de diferenças finitas com célula centralizada, Fig. 3.2 em malhas quadradas fluxo monofásico. O estudo feito por Peaceman resultou em uma interpretação apropriada da pressão em um poço dentro de um bloco, e indicou como esse se relaciona com pressão de fundo de buraco p_{bh} (*Bottom hole pressure*). Este estudo revelou que a pressão computada no bloco está associada com a pressão de estado estacionário para o poço em um raio equivalente r_e .

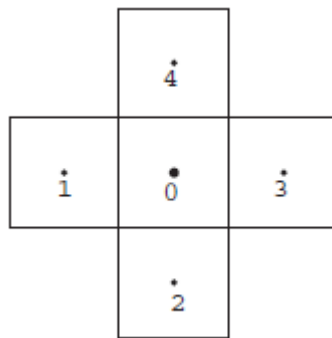


Figura 3.2 - Diferença finita com célula centralizada em uma malha quadrada.
[Fonte: Z. Chen et al (2006)]

3.2.1 Malhas quadradas

Para malhas quadradas pode-se considerar de forma que o poço está no quadrado central e que as pressões dos blocos adjacentes são iguais, Fig. 3.2, pode-se chegar à relação:

$$q = \frac{2\pi\rho kh_3}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} (p_{bh} - p) \quad (3.6)$$

sendo r_e e r_w , o raio equivalente de poço e o raio do poço, respectivamente, p_{bh} a pressão de fundo de buraco. O raio equivalente de poço r_e é dado pela equação:

$$r_e = \alpha_1 h_3$$

onde $\alpha_1 = e^{-\pi/2}$. A Figura 3.3 mostra como se comporta o fluxo utilizando a teoria das diferenças finitas.

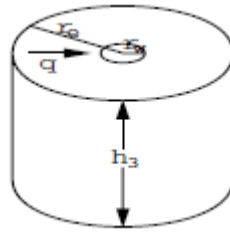


Figura 3.3 – Fluxo radial de produção. [Fonte: Z. Chen et al (2006)]

Quando o poço é produtor:

$$q = \frac{2\pi\rho kh_3}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} (p - p_{bh}) \quad (3.7)$$

3.2.2 Extensões

Matriz anisotrópica

O modelo abordado no tópico anterior necessita ser estendido em vários meios, incluindo malhas retangulares, incorporando efeitos de força gravitacional, reservatórios anisotrópico, deformidade devido a perfuração, poços horizontais e fluxos multifásico. Neste ponto considera-se a extensão do modelo da Eq. (3.6) para os primeiros quatro efeitos. Os efeitos de gravidade devem ser tratados a mesmo nível dos efeitos de gradiente de pressão. Danos de deformidade na rocha graças aos efeitos de perfuração são descritos pelo *skin factor* s_k , número adimensional. A permeabilidade isotrópica em escoamento monofásico é dada por $\mathbf{K} = \text{diag}(k_{11}, k_{22}, k_{33})$. Tomando em conta os quatro efeitos, o modelo se estende a:

$$q = \frac{2\pi\rho\sqrt{(k_{11}k_{22})}h_3}{\mu \left(\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_k \right)} (p_{bh} - p - \rho g(z_{bh} - z)) \quad (3.8)$$

onde g é a magnitude de aceleração da gravidade, z é a profundidade e z_{bh} é a profundidade de referência. O fator $\sqrt{(k_{11}k_{22})}$ vem da transformação de coordenadas. O raio equivalente, segundo Peaceman (1983), r_e é dado por:

$$r_e = \frac{0.14((k_{22}/k_{11})^{1/2}h_1^2 + (k_{11}/k_{22})h_2^2)^{1/2}}{0.5((k_{22}/k_{11})^{1/4} + (k_{11}/k_{22})^{1/4})} \quad (3.9)$$

onde h_1 e h_2 são os tamanhos de Δx e Δy do bloco da malha que contém o poço vertical. O índice de poço é dado por:

$$WI = \frac{2\pi\sqrt{(k_{11}k_{22})}h_3}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_k} \quad (3.10)$$

Extensão para poços horizontais

Poço horizontal em qualquer das direções das coordenadas x e y usam o mesmo modelo de equações das verticais. Só os parâmetros relacionados a direção da canalização do poço precisam ser modificados. O índice de poço para poços horizontais paralelo ao eixo x é calculado por:

$$WI_{Hx} = \frac{2\pi h_1\sqrt{(k_{33}k_{22})}}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_k} \quad (3.11)$$

Se o poço é paralelo ao eixo y:

$$WI_{Hy} = \frac{2\pi h_2\sqrt{(k_{33}k_{11})}}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_k} \quad (3.12)$$

Na direção do eixo x o raio equivalente r_e é:

$$r_{ex} = \frac{0.14((k_{33}/k_{22})^{1/2}h_1^2 + (k_{22}/k_{33})h_2^2)^{1/2}}{0.5((k_{33}/k_{22})^{1/4} + (k_{22}/k_{33})^{1/4})} \quad (3.13)$$

E na direção do eixo y é:

$$r_{ey} = \frac{0.14((k_{33}/k_{11})^{1/2}h_1^2 + (k_{11}/k_{33})h_2^2)^{1/2}}{0.5((k_{33}/k_{11})^{1/4} + (k_{11}/k_{33})^{1/4})}. \quad (3.14)$$

Um poço em uma direção não paralela a um eixo cartesiano não pode ser modelado facilmente via diferenças finitas, é necessário ser utilizado o método dos elementos finitos.

Extensão a escoamento multifásico.

As equações de poço vertical que derivam de escoamento monofásico podem ser expandidas a escoamento multifásico:

$$q_\alpha = \frac{2\pi\sqrt{(k_{11}k_{22})}h_3}{\left(\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_k\right)} \frac{\rho_\alpha k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (p_{bh} - p_\alpha - \rho_\alpha g(z_{bh} - z)) \quad (3.15)$$

sendo que ρ_α , $k_{r\alpha}$, μ_α e p_α são a densidade, a permeabilidade relativa, a viscosidade e a pressão da fase α . O modelo pode ser estendido para poços horizontais nas equações. Os valores de índice de poço e raio equivalente não mudam, então a única diferença seria os termos que são influenciados pelas fases:

$$q_\alpha = WI_{h\beta} \frac{\rho_\alpha k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (p_{bh} - p_\alpha - \rho_\alpha g(z_{bh} - z)) \quad (3.16)$$

sendo que $\beta = x, y$, dependendo da direção escolhida.

4. IMPES

As equações apresentadas na seção 2 são não lineares e acopladas. Existe uma variedade grande de métodos para resolver essas equações como, o Implicit pressure explicit sturation (IMPES), o *simultaneous solution*(SS), o *sequential method* e o *adaptative implicit method*, mencionados no capítulo 1. O IMPES ainda é muito popular na indústria petrolífera e um método muito poderoso para resolver sistemas bifásicos imiscíveis, em comparação com os outros métodos (principalmente incompressíveis ou pouco compressíveis), porém não é estável para o modelo *Black oil*. Neste capítulo será mostrado como funciona o método e as condições que devem ser tomadas, os métodos implícitos e explícitos, as condições de contorno, o modelamento do reservatório e as condições de parada para os métodos.

4.1 O MÉTODO IMPES

O método IMPES foi originalmente desenvolvido por Sheldon et al. ,1959, e Stone & Garder,1961. A ideia básica do método clássico é separar o cálculo da pressão do cálculo da saturação. O sistema acoplado é dividido em duas equações: equação de pressão e equação de saturação, que são resolvidas utilizando métodos de aproximação implícitos e explícitos, respectivamente. É considerado escoamento bifásico imiscível e incompressível.

As equações diferenciais a serem utilizadas para montarem os parâmetros para cálculo computacional serão baseadas na formulação global apresentada no capítulo 2. É considerado escoamento bifásico, água e óleo, imiscível e incompressível. Utilizam-se como variáveis primárias a pressão do óleo e a saturação da água, como mostrado na Eq. (4.1):

$$p = p_o, \quad S = S_w \quad (4.1)$$

a velocidade total é dada pela Eq. (4.2):

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_o + \mathbf{u}_w \quad (4.2)$$

Sob a condição que não se utiliza fluidos compressíveis e que a porosidade não é alterada com o tempo, a Eq. (2.20) pode ser dada como:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \bar{q}(p, S) \equiv \frac{q_w(p, S)}{\rho_w} + \frac{q_o(p, S)}{\rho_o} = \bar{q}_w(p, S) + \bar{q}_o(p, S) \quad (4.3)$$

A equação da velocidade é dada por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\lambda \cdot (\nabla p - (f_w \rho_w - f_o \rho_o)g\nabla z) \quad (4.4)$$

substituindo a Equação (4.4) em (4.3), constrói-se a equação de pressão:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \lambda(S) \nabla p) = \bar{q}(p, S) - \nabla \cdot (\mathbf{K}(\lambda_w \nabla p_c + (\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o)g\nabla z)) \quad (4.5)$$

A equação de saturação é dada pela Eq. (2.23) da seção 2:

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\mathbf{K} \lambda_o f_w \left(\frac{dP_c}{dS} \nabla S + (\rho_w - \rho_o)g\nabla z \right) + f_w \mathbf{u} \right) = \bar{q}_w(p, S) \quad (4.6)$$

onde, por conveniência, assume-se que $\phi = \phi(\mathbf{x})$.

Seja $J = (0, T](T > 0)$ um intervalo de interesse, e para um N positivo inteiro, usa-se $0 = t^0 < t^1 < \dots < t^N = T$ como partição de J . Para o cálculo da pressão no IMPES clássico, é necessário saber-se previamente a saturação S e a pressão p é resolvida implicitamente. Ou seja, para cada $n = 1, 2, \dots$, p^n satisfaz a equação:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \lambda(S^n) \nabla p^n) = F(p^n, S^n) = \bar{q}(p, S) - \nabla \cdot \mathbf{F} \mathbf{p} \quad (4.7)$$

onde $F(p^n, S^n)$ denota o lado direito da Equação (4.5), e S^n é dado. A partir da Equação (4.5) constrói-se a equação:

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} = \bar{q}_w(p, S) - \nabla \cdot \left(\mathbf{K} \lambda_o f_w \left(\frac{dP_c}{dS} \nabla S + (\rho_w - \rho_o)g\nabla z \right) + f_w \mathbf{u} \right) \quad (4.8)$$

que é resolvida explicitamente para S . Para cada $n = 0, 1, 2, \dots$, S^{n+1} satisfaz :

$$\phi \frac{S^{n+1} - S^n}{\Delta t^{n+1}} \approx \phi \frac{\partial S}{\partial t} \Big|_{t=t^{n+1}} = M(p^n, \mathbf{u}^n, S^n) = \bar{q}_w(p, S) - \nabla \cdot \mathbf{M} \mathbf{p}, \quad (4.9)$$

onde $M(p^n, \mathbf{u}^n, S^n)$ é o lado direito da Eq. (4.7).

O método IMPES segue a seguinte sequencia: depois do startup, para cada $n = 0, 1, 2, \dots$, utiliza-se a Eq. (4.6) e cada S^n para calcular cada p^n e depois a Eq. (4.4) para calcular cada \mathbf{u}^n ; depois, utiliza-se cada S^n, p^n, \mathbf{u}^n , e a Eq. (4.9) para computar S^{n+1} . Como notado, os intervalos de tempo $t^n = t^n - t^{n-1}$ devem ser suficientemente pequenos para o método ser estável.

4.2 MÉTODOS NUMÉRICOS

Nesta seção serão apresentados os métodos numéricos básicos para conseguir desenvolver o algoritmo para simulação computacional. Tais métodos se aplicam ao problema dentro de certas condições como: malha retangular, ausência de falha e rachaduras e poços não-diagonais e contido dentro do eixo central do bloco da malha. Para adequar a esses níveis de complexidade é necessária a utilização de métodos de elementos finitos que são mais sofisticados de acordo com Chen et al (2006B) e Nghiem et al., 1991.

4.2.1 Diferenças finitas

O método das diferenças finitas é um método numérico que se baseia na aproximação de derivadas usando diferenças finitas. O método é explicado tendo como referência Bortoli,2009A. A ideia deste método de aproximação é bastante simples, pois baseia-se em expansões em séries de Taylor.

Considerando a derivada de uma função $A(x)$:

$$A'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{A(x + \Delta x) - A(x)}{\Delta x} \quad (4.10)$$

$$A'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{A(x) - A(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad (4.11)$$

sendo que Δx é um incremento finito que tende a zero. A primeira equação é ascendente e a segunda é descendente, como se ver melhor na figura 1.

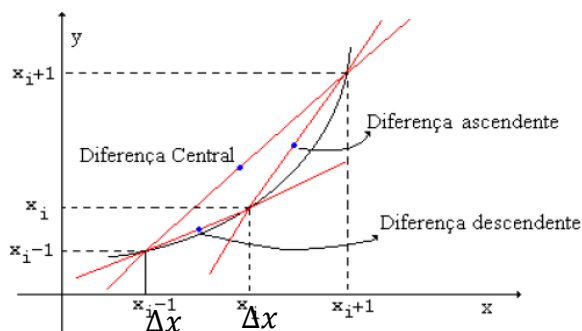


Figura 4.1 – Ilustração de aproximações de f' . [Fonte: Bortoli,2009A]

Para qualquer valor finito de Δx , será gerado um erro de truncamento. Sabendo que a expansão de Taylor é dada por:

$$A(x + \Delta x) = A(x) + \Delta x A'(x) + (\Delta x)^2 A''(x) \dots,$$

$$A(x - \Delta x) = A(x) - \Delta x A'(x) + (\Delta x)^2 A''(x) \dots$$

obtêm-se:

$$\frac{A(x + \Delta x) - A(x)}{\Delta x} = A'(x) + (\Delta x)^2 A''(x) \dots,$$

$$\frac{A(x) - A(x - \Delta x)}{\Delta x} = -A'(x) + (\Delta x)^2 A''(x) \dots$$

somando-se as duas equações anteriores encontra-se:

$$A'(x) = \frac{A(x + \Delta x) - A(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (4.12)$$

Em termos de ponto de malha:

$$A'_i = \frac{A_{i+1} - A_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (4.13)$$

O mesmo processo pode ser utilizado para encontrar aproximações de maiores ordens:

$$A''_i = \frac{A_{i+1} - 2A_i + A_{i-1}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (4.14)$$

$$A'''_i = \frac{A_{i+2} - 2A_{i+1} + 2A_{i-1} - A_{i-2}}{2\Delta x^3} + O(\Delta x^2) \quad (4.15)$$

O mesmo procedimento pode ser repetido para ordens maiores e para termos não centrais. Para sistemas em três dimensões, $A(x, y, z)$ chega-se a:

$$\begin{aligned} \nabla A_{i,j,k} = & \left[\frac{A_{i+1,j,k} - A_{i-1,j,k}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \right] \hat{i} + \left[\frac{A_{i,j+1,k} - A_{i,j-1,k}}{2\Delta y} + O(\Delta y^2) \right] \hat{j} \\ & + \left[\frac{A_{i,j,k+1} - A_{i,j,k-1}}{2\Delta z} + O(\Delta z^2) \right] \hat{k} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Tal método será utilizado para discretizar os termos derivativos das Equações (4.4), (4.7) e (4.9). A partir da discretização é possível obter os termos em cada ponto da malha em um determinado período.

Discretização espacial da malha

O modelamento do reservatório pode ser feito em várias formas geométricas, retangulares, cilíndricas, piramidais, entre outras, porém, para simplificação do trabalho será apresentado o modelo retangular tridimensional que é feito com base nas diferenças finitas. O modelo pode ser evidenciado pela figura 3.

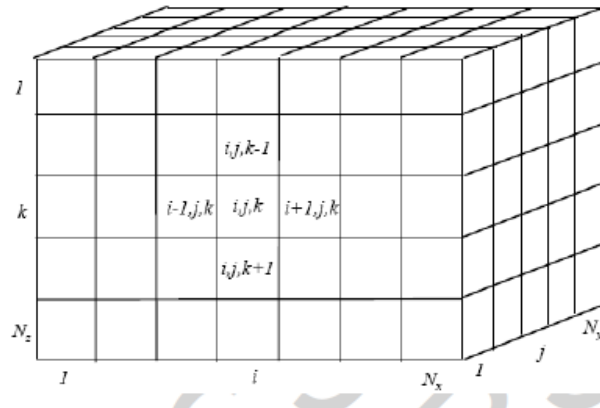


Figura 4.2 – Modelo de malha retangular 3D.[Fonte: Y. Cheng]

Cada dimensão tem um número de blocos de malha, N_x na direção do eixo x , N_y na direção do eixo y , e N_z na direção do eixo z . As três dimensões x , y e z são representadas pelos índices i , j , k , respectivamente, de acordo com a posição na malha.

Para relação entre blocos por diferenças finitas será utilizado o método de bloco centrado. Primeiramente são definidos os tamanhos dos blocos $\Delta x_i | i = \{1, 2, 3, \dots, n_x\}$ arbitrariamente e, posteriormente, a posição dos blocos (x_i) são definidas pela posição central, conforme as Figuras 4.3 e 4.4.

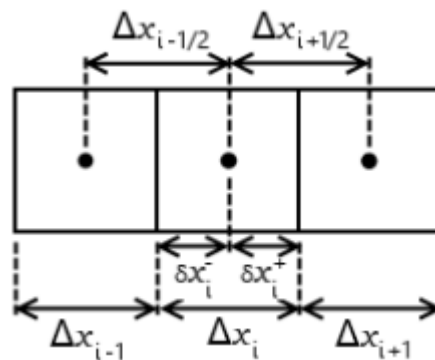


Figura 4.3 – Esquematização das variações para blocos centrados.

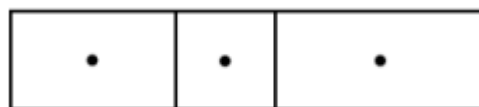


Figura 4.4 – Método de bloco centrado para malhas irregulares.

4.2.2 Métodos implícitos e explícitos

Métodos implícitos e explícitos são aproximações usadas em análise numérica para obter soluções numéricas de equações diferenciais ordinárias e parciais dependentes do tempo.

Os métodos explícitos calculam o estado do sistema em um tempo posterior ao tempo em que o sistema se encontra, enquanto métodos implícitos encontram a solução resolvendo a equação envolvendo o valor atual e o valor futuro do sistema. Se $y(t)$ é o sistema no tempo atual e $y(t + \Delta t)$ é o estado em um tempo posterior, então, para um método explícito:

$$y(t + \Delta t) = A(y(t)) \quad (4.17)$$

enquanto que para o método implícito, calcula-se a função:

$$A(y(t), y(t + \Delta t)) = 0 \quad (4.18)$$

para encontrar $y(t + \Delta t)$.

De maneira geral os métodos podem ser explicados com os métodos *Backward* e *Foward Euler*, método implícito e explícito, respectivamente . Considerando o sistema:

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = A(y(x, t)) \quad (4.19)$$

Utilizando as seguintes notações:

$$x_i = i\Delta x \quad t^n = n\Delta t$$

Foward Euler:

Para este método será aplicado o método das diferenças finitas de tempo ascendentes para o lado esquerdo da Eq. (4.17), sendo que o lado direito está no tempo atual:

$$\frac{y_i^{n+1} - y_i^n}{\Delta t} = A(y_i^n) \quad (4.20)$$

Este método é o mesmo exemplificado na Equação (4.9).

Backward Euler:

Para este método será aplicado o método das diferenças finitas de tempo ascendentes para o lado esquerdo da Eq. (4.18), sendo que o lado esquerdo está adiantado ao tempo atual do sistema:

$$\frac{y_i^{n+1} - y_i^n}{\Delta t} = A(y_i^{n+1}) \quad (4.21)$$

4.2.3 O método de Gauss-seidel

O método de Gauss-Seidel é um método iterativo para resolução de sistemas de equações lineares. O método é explicado tendo como referência Bortoli, 2009B. É especialmente usado para sistemas de grande porte, economizando tempo computacional, principalmente os esparsos, na qual os métodos diretos são ineficientes. A técnica iterativa para resolver um sistema linear $Ax = B$ de $k \times k$ elementos, será proposto da seguinte forma: parte-se de uma aproximação inicial x^0 e então se constrói consecutivamente os vetores x^1, x^2, \dots , até que a condição de convergência $\frac{|x_i^n - x_i^{n-1}|}{x_i^{n-1}} < \epsilon$, seja satisfeita.

Neste método, o sistema $Ax = B$ é escrito na forma equivalente $x = Cx^m + D$ por separação dos elementos da diagonal. A expressão resultante corresponde a:

$$\begin{cases} x_1^{n+1} = \frac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12}x_2^n - a_{13}x_3^n - \dots - a_{1k}x_k^n) \\ x_2^{n+1} = \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21}x_1^{n+1} - a_{23}x_3^n - \dots - a_{2k}x_k^n) \\ x_3^{n+1} = \frac{1}{a_{33}} (b_3 - a_{31}x_1^{n+1} - a_{32}x_2^{n+1} - \dots - a_{3k}x_k^n) \\ \vdots \\ x_k^{n+1} = \frac{1}{a_{kk}} (b_k - a_{k1}x_1^{n+1} - a_{k2}x_2^{n+1} - \dots - a_{kk}x_k^n) \end{cases}$$

Desta forma, no momento de se calcular x_i^{n+1} usa-se todos os valores $x_1^{n+1}, x_2^{n+1}, \dots, x_{i-1}^{n+1}$ já obtidos e os valores $x_{i+1}^n, x_{i+2}^n, \dots, x_k^n$ restantes. Além da condição de convergência para cada ponto será utilizada também uma condição de convergência média que será a soma de todos os erros individuais num determinado tempo dividido pelo número de blocos na malha:

$$\frac{\sum_i^k \frac{|x_i^n - x_i^{n-1}|}{x_i^{n-1}}}{N_x \cdot N_y \cdot N_z} < \epsilon_m \quad (4.21)$$

Este método será utilizado na Equação (4.7) para encontrar o valor da pressão em todos os pontos. Pode ser considerado um método implícito.

4.3 DESENVOLVIMENTO GERAL DE SIMULAÇÃO.

O fluxograma com a lógica do software está representado no anexo A. As fases gerais para simular o escoamento bifásico de água e óleo iniciam na definição da malha do reservatório, ou seja, o tipo de malha, o volume e as dimensões. Os valores e curvas de propriedade da rocha e dos fluidos devem ser estabelecidos. A localização, os tipos e os parâmetros de poços têm de ser apontados. Posteriormente é necessário definir os parâmetros iniciais de pressão e saturação no tempo $t = 0$.

Após definir os parâmetros iniciais deve-se calcular a pressão ou a saturação, normalmente a saturação seria o mais correto, pois ela é quem varia explicitamente. Entretanto, considerou-se a variação inicial do óleo, ou seja, $S^{t=0} = S^{t=1}$. Para calcular a pressão é necessário calcular o divergente de Fp e F (Eq. 4.7), de acordo com as Equações (4.22) e (4.23):

$$\nabla \cdot Fp_{i,j,k} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} k_{xx} \left(\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{c(i+1,j,k)} - p_{c(i-1,j,k)}}{\Delta x_{i,j,k}} \right) \hat{i} \\ + (\lambda_{w(i,j,k)} \rho_w + \lambda_{o(i,j,k)} \rho_o) g \cdot 0 \\ k_{yy} \left(\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{c(i,j+1,k)} - p_{c(i,j-1,k)}}{\Delta y_{i,j,k}} \right) \hat{j} \\ + (\lambda_{w(i,j,k)} \rho_w + \lambda_{o(i,j,k)} \rho_o) g \cdot 0 \\ k_{zz} \left(\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{c(i,j,k+1)} - p_{c(i,j,k-1)}}{\Delta z_{i,j,k}} \right) \hat{k} \\ + (\lambda_{w(i,j,k)} \rho_w + \lambda_{o(i,j,k)} \rho_o) g \cdot 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$F_{i,j,k} = q_{i,j,k} - \left(\frac{\partial Fp_{\hat{i}}}{\partial x} + \frac{\partial Fp_{\hat{j}}}{\partial y} + \frac{\partial Fp_{\hat{k}}}{\partial z} \right) \quad (4.23)$$

Depois de obtido F para todos os pontos da malha é possível calcular P^{n+1} . Para o cálculo da pressão deve ser utilizado o método de Gauss-Seidel explicado na seção 4.2.3. Em regiões que há poço é necessário o desmembramento de q , pois este

depende da pressão. Portanto, existem três equações para calcular P^{n+1} : quando não há poço, quando há poços injetores e quando há poços produtores, representados pelas Equações (4.24), (4.25) e (4.26), respectivamente:

$$P_{i,j,k} = \frac{\begin{aligned} & -F_{i,j,k} + k_{xx}\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i+1,j,k} + p_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i,j,k}^2} \\ & + k_{yy}\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i,j+1,k} + p_{i,j-1,k}}{\Delta y_{i,j,k}^2} \\ & + k_{zz}\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i,j,k+1} + p_{i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k}^2} \\ & + \frac{k_{xx}}{4\Delta x_{i,j,k}^2} (p_{i+1,j,k} - p_{i-1,j,k})(\lambda_{i+1,j,k} - \lambda_{i-1,j,k}) \\ & + \frac{k_{yy}}{4\Delta y_{i,j,k}^2} (p_{i,j+1,k} - p_{i,j-1,k})(\lambda_{i,j+1,k} - \lambda_{i,j-1,k}) \\ & + \frac{k_{zz}}{4\Delta z_{i,j,k}^2} (p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k-1})(\lambda_{i,j,k+1} - \lambda_{i,j,k-1}) \end{aligned}}{\left[2\lambda_{w(i,j,k)} \left(\frac{k_{xx}}{\Delta x_{i,j,k}^2} + \frac{k_{yy}}{\Delta y_{i,j,k}^2} + \frac{k_{zz}}{\Delta z_{i,j,k}^2} \right) \right]} \quad (4.24)$$

$$P_{i,j,k} = \frac{\begin{aligned} & -Fp_{i,j,k} + WI_{h\beta} \frac{\rho_w k_{rw_{i,j,k}}}{\mu_w} (p_{bh_i} - p_{c_{i,j,k}} - \rho_w g(z_{bh} - z_{i,j,k})) \\ & + k_{xx}\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i+1,j,k} + p_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i,j,k}^2} \\ & + k_{yy}\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i,j+1,k} + p_{i,j-1,k}}{\Delta y_{i,j,k}^2} \\ & + k_{zz}\lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i,j,k+1} + p_{i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k}^2} \\ & + \frac{k_{xx}}{4\Delta x_{i,j,k}^2} (p_{i+1,j,k} - p_{i-1,j,k})(\lambda_{i+1,j,k} - \lambda_{i-1,j,k}) \\ & + \frac{k_{yy}}{4\Delta y_{i,j,k}^2} (p_{i,j+1,k} - p_{i,j-1,k})(\lambda_{i,j+1,k} - \lambda_{i,j-1,k}) \\ & + \frac{k_{zz}}{4\Delta z_{i,j,k}^2} (p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k-1})(\lambda_{i,j,k+1} - \lambda_{i,j,k-1}) \end{aligned}}{\left[2\lambda_{w(i,j,k)} \left(\frac{k_{xx}}{\Delta x_{i,j,k}^2} + \frac{k_{yy}}{\Delta y_{i,j,k}^2} + \frac{k_{zz}}{\Delta z_{i,j,k}^2} \right) + WI_{h\beta} \frac{\rho_w k_{rw_{i,j,k}}}{\mu_w} \right]} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned}
& \left[-F\mathbf{p}_{i,j,k} + WI_{h\beta} \frac{\rho_w k_{rw_{i,j,k}}}{\mu_w} \left(p_{bh_p} + p_{c_{i,j,k}} - \rho_w g(z_{bh} - z_{i,j,k}) \right) \right. \\
& \quad + WI_{h\beta} \frac{\rho_o k_{ro_{i,j,k}}}{\mu_o} \left(p_{bh_p} - \rho_w g(z_{bh} - z_{i,j,k}) \right) \\
& \quad + k_{xx} \lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i+1,j,k} + p_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i,j,k}^2} \\
& \quad + k_{yy} \lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i,j+1,k} + p_{i,j-1,k}}{\Delta y_{i,j,k}^2} \\
& \quad + k_{zz} \lambda_{w(i,j,k)} \frac{p_{i,j,k+1} + p_{i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k}^2} \\
& \quad + \frac{k_{xx}}{4\Delta x_{i,j,k}^2} (p_{i+1,j,k} - p_{i-1,j,k})(\lambda_{i+1,j,k} - \lambda_{i-1,j,k}) \\
& \quad + \frac{k_{yy}}{4\Delta y_{i,j,k}^2} (p_{i,j+1,k} - p_{i,j-1,k})(\lambda_{i,j+1,k} - \lambda_{i,j-1,k}) \\
& \quad + \frac{k_{zz}}{4\Delta z_{i,j,k}^2} (p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k-1})(\lambda_{i,j,k+1} - \lambda_{i,j,k-1}) \\
& \left. \right] \\
P_{i,j,k} = & \left[2\lambda_{w(i,j,k)} \left(\frac{k_{xx}}{\Delta x_{i,j,k}^2} + \frac{k_{yy}}{\Delta y_{i,j,k}^2} + \frac{k_{zz}}{\Delta z_{i,j,k}^2} \right) + WI_{h\beta} \left(\frac{\rho_o k_{ro_{i,j,k}}}{\mu_o} + \frac{\rho_w k_{rw_{i,j,k}}}{\mu_w} \right) \right] \quad (4.26)
\end{aligned}$$

Para calcular a Saturação é necessário calcular \mathbf{u} , $\nabla \cdot \mathbf{M}\mathbf{p}$ e M (Eq. 4.9), de acordo com as Equações (4.27), (4.28) e (4.29):

$$\mathbf{u}_{i,j,k} = \lambda \begin{bmatrix} k_{xx} \left(\frac{p_{i+1,j,k} - p_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i,j,k}} - (f_w \rho_w - f_o \rho_o) g \cdot 0 \right) \\ k_{yy} \left(\frac{p_{i,j+1,k} - p_{i,j-1,k}}{\Delta y_{i,j,k}} - (f_w \rho_w - f_o \rho_o) g \cdot 0 \right) \\ k_{zz} \left(\frac{p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k}} - (f_w \rho_w - f_o \rho_o) g \cdot 1 \right) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{Mp}_{i,j,k} = \nabla \cdot \left\{ \begin{array}{l} k_{xx}f_{w,i,j,k} \left[\lambda_{o,i,j,k} \left(\left(\frac{dP_c}{dS} \right)_{i,j,k} \cdot \frac{S_{i+1,j,k} - S_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i,j,k}} \right) + \left(\frac{p_{i+1,j,k} - p_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i,j,k}} \right) \right] \hat{i} \\ k_{yy}f_{w,i,j,k} \left[\lambda_{o,i,j,k} \left(\left(\frac{dP_c}{dS} \right)_{i,j,k} \cdot \frac{S_{i,j+1,k} - S_{i,j-1,k}}{\Delta y_{i,j,k}} \right) + \left(\frac{p_{i,j+1,k} - p_{i,j-1,k}}{\Delta y_{i,j,k}} \right) \right] \hat{j} \\ k_{zz}f_{w,i,j,k} \left[\lambda_{o,i,j,k} \left(\left(\frac{dP_c}{dS} \right)_{i,j,k} \cdot \frac{S_{i,j,k+1} - S_{i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k}} \right) + (\rho_w - \rho_o)g \right] \hat{k} \\ + \left(\frac{p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k-1}}{\Delta z_{i,j,k}} - (f_{w,i,j,k}\rho_w - f_{o,i,j,k}\rho_o)g \right) \hat{k} \end{array} \right\} \quad (4.28)$$

$$M_{i,j,k} = \bar{q}_{w,i,j,k} - \left(\frac{\partial \mathbf{Mp}_{\hat{i}}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Mp}_{\hat{j}}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{Mp}_{\hat{k}}}{\partial z} \right) \quad (4.29)$$

O método de Euler explícito é utilizado para descobrir-se S^{n+1} . Para controlar a variação da saturação com o tempo é necessário encontrar um intervalo de tempo Δt^{n+1} antes de resolver a Eq. (4.9) para S^{n+1} para cada $n = 0, 1, \dots$. A estratégia de controle é determinar um valor máximo de $\partial S^{n+1}/\partial t$ (Eq. 4.30) para todos os nós computacionais (i, j, k) , denotado por $\left(\frac{\partial S^{n+1}}{\partial t} \right)_{\max}$, que pode ser encontrado, segundo a Eq. (4.9), por:

$$\left(\phi \frac{\partial S}{\partial t} \right)_{\max} = M(p^n, \mathbf{u}^n, S^n)_{\max} \quad (4.30)$$

Então, aplica-se a Equação (4.31) para achar Δt^{n+1} :

$$\Delta t^{n+1} = \frac{DS_{\max}}{\left(\frac{\partial S^{n+1}}{\partial t} \right)_{\max}} \quad (4.31)$$

sendo DS_{\max} a maior variação permitida de saturação em um intervalo de tempo.

Após encontrados o intervalo de tempo e a saturação são calculados o tempo total (T), a produção acumulada de óleo (OP), a produção acumulada de água (WP), a injeção acumulada de água (WI) e o “water cut” (WOR) que é a razão de volume de

óleo produzido pelo de água produzido, são explicitados, respectivamente, pelas Equações(4.32), (4.33), (4.34), (4.35) e (4.36):

$$T^n = \sum_{i=0}^n \Delta t^i \quad (4.32)$$

$$OP^n = \sum_{i=0}^n q_o^i \cdot \Delta t^i \quad (4.33)$$

$$WP^n = \sum_{i=0}^n q_w^i \cdot \Delta t^i \quad (4.34)$$

$$WI^n = \sum_{i=0}^n q_{wi}^i \cdot \Delta t^i \quad (4.35)$$

$$WOR^n = \frac{OP^n}{WP^n} \quad (4.36)$$

Após o cálculo, os resultados são impressos em arquivos de texto e posteriormente analisados nos programas gnuplot e Tecplot. No Gnuplot são plotadas as curvas de produção e injeção pelo tempo. No Tecplot são analisados os perfis de pressão, saturação e os valores de velocidade na malha estudada.

4.4 THE SEVENTH SPE PROJECT: MODELO HORIZONTAL DE POÇO.

Nessa seção será mostrado um exemplo do IMPES clássico para verificar a estabilidade e custo computacional, segundo trabalho de Chen et al (2004) . Serão mostrados os parâmetros necessários para a simulação, como a construção de um modelo de malha que representa o reservatório, posicionamento de poços, dados materiais e controle de variação da saturação com o tempo.

The seventh SPE Project lida com a produção de poços horizontais em um reservatório fino onde as tendências de cone são fortes. Várias aproximações de modelamento para poços horizontais foram utilizadas, sendo estudados os efeitos dos comprimentos, direção e produção destes poços para recuperação de petróleo (Nghiem et al., 1991). Entretanto, não serão abordados os efeitos de miscibilidade e trifásico, como é mostrado no modelo original.

As dimensões dos reservatórios são 2700x2700x160 ft³, como pode ser visto na Fig. (4.5).

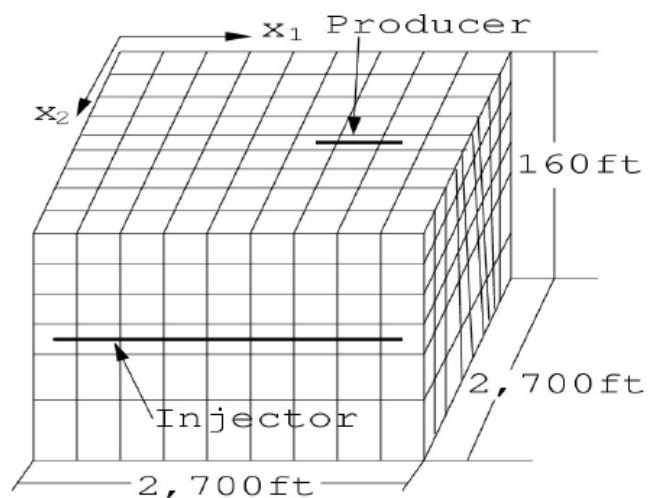


Figura 4.5 – Malha retangular para simular o comportamento dos reservatórios.
[Fonte: Chen et al (2006D)]

As dimensões da malha são:

$$\sum_{i=1}^{N_{x_1}} h_{1,i}, \quad \sum_{j=1}^{N_{x_2}} h_{2,j}, \quad \sum_{k=1}^{N_{x_3}} h_{3,k}$$

respectivamente, nas direções x_1 , x_2 e x_3 , sendo que $N_{x_1} = 9$, $N_{x_2} = 9$ e $N_{x_3} = 6$. A tabela 1 mostra os comprimentos de cada um dos bloco nas três direções.

Tabela 4.1 – Dimensões do blocos de acordo com as posições i, j, k .

i, j, k	$h_{1,i}(\text{ft})$	$h_{2,j}(\text{ft})$	$h_{3,k}(\text{ft})$
1	300	620	20
2	300	400	20
3	300	200	20
4	300	100	20
5	300	60	30
6	300	100	50
7	300	200	-
8	300	400	-
9	300	620	-

Os termos de fonte e sumidouro são dados por:

$$\bar{q}_\alpha^{(l,m)} = \sum_i q_\alpha^{(l,m)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(l,m)}) \quad \alpha = w, o$$

onde $q_\alpha^{(l,m)}$ é a vazão produzida ou injetada da fase α no l -ésimo poço e na m -ésima zona de perfuração, $\mathbf{x}^{(l,m)}$, e δ é o delta de Dirac. No caso, há dois poços, um de produção e um de injeção, e doze zonas de perfuração, sendo três de produção e nove de injeção.

O modelo de poço é o mesmo apresentado na seção 3.2.2 para poços horizontais multifásicos e é baseado na diferença finita de centro de célula. Os poços estão na direção de x_1 , então $q_\alpha^{(l,m)}$ é dado por:

$$q_\alpha^{(l,m)} = \frac{2\pi\rho_\alpha\sqrt{(k_{11}k_{22})}h_{1,i}}{\left(\mu_\alpha \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s_k\right)} (p_{bh} - p - \rho g(z_{bh} - z))$$

onde $h_{1,i}$ é o comprimento do bloco da m -ésima zona de perfuração, p_{bh} é a pressão de fundo de poço em uma dada profundidade de referência z_{bh} (*datum level depth*), r_w e r_e são, respectivamente, o raio do poço e o raio equivalente de poço. O raio equivalente é dado por:

$$r_e = \frac{0.14((k_{33}/k_{22})^{1/2}h_1^2 + (k_{22}/k_{33})h_2^2)^{1/2}}{0.5((k_{33}/k_{22})^{1/4} + (k_{22}/k_{33})^{1/4})}$$

O poço de produção está contido nas posições de malha $i=6,7,8$, $j=5$ e $k=1$, já o poço de injeção está posicionado em $i=1,\dots,9$, $j=9$ e $k=4$. Os poços estão em paralelo e posicionados nos centros dos blocos que pertencem. Os raios dos poços de produção e injeção são iguais $r_e = 2.25$ polegadas. Os dados iniciais e do reservatório são mostrados nas Tabelas (4.2) e (4.3), onde $k_h (= k_{11} = k_{22})$ e $k_v (= k_{33})$ representam as permeabilidades horizontais e vertical, respectivamente. A porosidade ϕ é 0.2, as densidades e viscosidades são $\rho_o = 0.8975$ g/cm³, $\rho_w = 0.9814$ g/cm³, $\mu_o = 0.954$ cp, and $\mu_w = 0.96$ cp. A pressão capilar e permeabilidades relativas são mostradas na Tabela (4.4).

Tabela 4.2 – Relação entre profundidade e permeabilidade. [Fonte: Chen et al (2006E)]

Camada	Espessura(ft)	Profundidade do centro do bloco(ft)	k_h (md)	k_v (md)
1	20	3600	300	30
2	20	3620	300	30
3	20	3640	300	30
4	20	3660	300	30
5	30	3690	300	30
6	50	3725	300	30

Tabela 4.3 – Propriedades iniciais [Fonte: Chen et al (2006E)]

Camada	p_o (psia)	S_w	S_o
1	3600	0.289	0.711
2	3608	0.348	0.652
3	3616	0.473	0.527
4	3623	0.649	0.351
5	3633	0.869	0.131
6	3650	1.000	0.000

Tabela 4.4 – Relação de propriedade de reservatório em função da saturação [Fonte: Chen et al (2006D)]

S_w	0.22	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	0.9	1.0
k_{rw}	0	0.07	0.15	0.24	0.33	0.65	0.83	1.0
k_o	1	0.4	0.125	0.0649	0.0048	0.0	0.0	0.0
p_c (psia)	6.3	3.6	2.7	2.25	1.8	0.9	0.45	0.0

Finalmente, a pressão nos poços é fixada, o a profundidade de referência z_{bh} é 3600 ft, e as pressões de fundo de poço de produção e injeção são, respectivamente, 3513.6 psia e 3651.4 psia. O tempo final é 1500 dias.

Para controlar a variação da saturação com o tempo foi utilizado o mesmo esquema explicado na seção 4.3 pelas Equações (4.30) e (4.31). Na simulação, foi utilizado o método dos elementos finitos mistos (*mixed finite element method*) e a condição de contorno sem fluxo na fronteira de Ω :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$$

sendo que \mathbf{u} é a velocidade de Darcy e \mathbf{v} é o vetor normal à fronteira Γ . Foram utilizados os valores de $DS_{max} = 0.05, 0.02, 0.01, 0.005, 0.002$, e 0.001 , para construir as curvas de produção da razão água-óleo (WOR) versus o tempo, com isso é possível testar a estabilidade. Os resultados são mostrados nas Figuras (4.2), (4.3) e (4.4). Nota-se que para valores menores que $DS_{max} = 0.002$ há estabilidade, pois a curva para de oscilar.

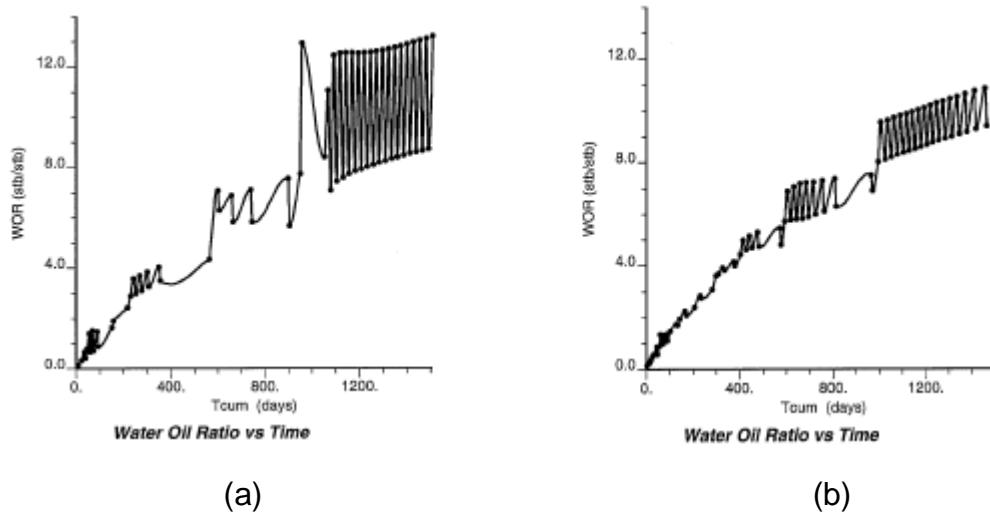
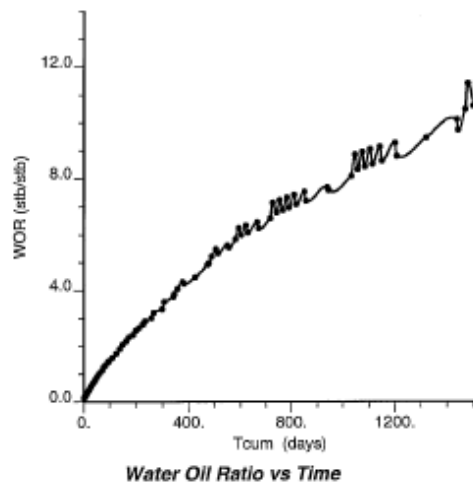
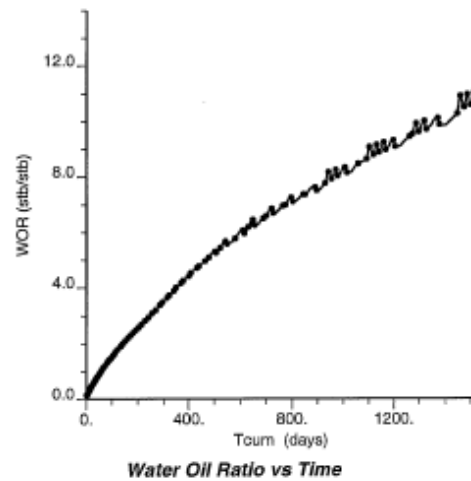


Figura 4.6 – Razão de produção água-óleo. (a) $DS_{max} = 0.05$. (b) $DS_{max} = 0.02$: [Fonte: Z. Chen et al (2006D)]

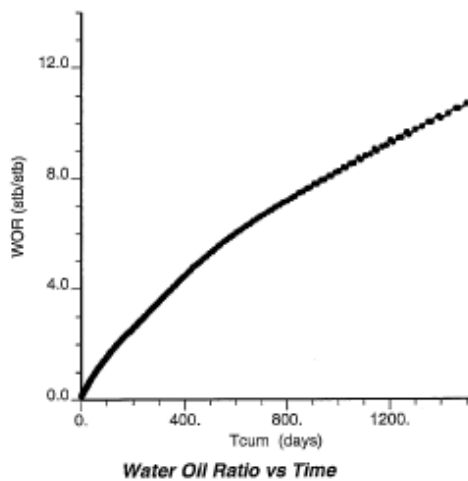


(a)

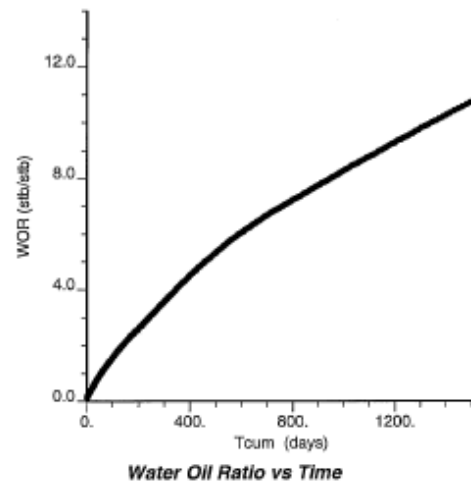


(b)

Figura 4.7– Razão de produção água-óleo. (a) $DS_{max} = 0.01$. (b) $DS_{max} = 0.005$
[Fonte: Chen et al (2006D)]



(a)



(b)

Figura 4.8 – Razão de produção água-óleo. (a) $DS_{max} = 0.002$. (b) $DS_{max} = 0.001$
[Fonte: Chen et al (2006D)]

Os cálculos foram realizados em um SGI-O₂ workstation e a relação entre o número de passos e o tempo de cálculo da pressão e da saturação para cada DS_{max} escolhido pode ser visto na Tab. (4.5). Os tempos computacionais CPU são dados em segundos e conclui-se que o cálculo da pressão é muito maior que o da saturação, quase 100 vezes maior.

Tabela 4.5 – Tempos de cálculo computacional [Fonte: Chen et al (2006D)]

DS_{max}	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
N	70	91	86	122	226	432
Pressão-CPU	14.81	19.18	18.13	25.86	47.68	89.49
Saturação-CPU	0.14	0.20	0.19	0.35	0.46	0.88

Observa-se que as curvas de razão água e óleo (WOR) formam aproximadamente uma reta evidenciando que com o passar do tempo há mais produção de água do que de óleo e é possível planejar, a partir destas curvas, as estratégias de recuperação de petróleo por injeção de água.

5. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste capítulo serão apresentados os parâmetros utilizados para a construção dos modelos de reservatório a serem simulados na linguagem de programação FORTRAN, os resultados e discussão das simulações com o auxílio dos softwares Tecplot e Gnuplot. Os modelos a serem simulados foram inspirados em um modelo proposto pela Sociedade dos Engenheiros de Petróleo (*Society of Petroleum Engineers-SPE*) que promovem testes entre empresas e pesquisadores (por exemplo: Chevron e Philips) para compararem o desempenho dos seus distintos simuladores e algoritmos.

5.1. THE 10TH SPE COMPARATIVE SOLUTION PROJECT.

O modelo proposto pela SPE tem uma estrutura relativamente simples, retangular e sem falhas na rocha. As dimensões da malha de reservatório são 365.76 x 670.56 x 51.816 (m). A malha é dividida em 60 x 220 x 85 blocos regulares com dimensões: 6.096 x 3.048 x 0.6096. É dividido em duas camadas, uma com grande saturação de óleo e outra composta por água. Possui quatro poços verticais produtores, cada um em uma ponta do paralelepípedo e de altura igual a da malha, e um poço injetor vertical no centro da malha com altura igual ao dos produtores. Os poços produtores possuem uma pressão de fundo de poço igual a 27,57 MPa (4000 psi) e os injetores uma vazão constante de água de $0.55 \text{ m}^3/\text{s}$ e pressão de fundo de poço máxima de 68,94 MPa (10000 psi). O poço é anisotrópico, leva em conta a compressibilidade da rocha e fornece outros dados relevantes não aplicados ao modelo utilizado neste trabalho, devido à sua complexidade.

5.2. MODELOS PARA SIMULAÇÃO

As mudanças propostas em relação ao *The 10th SPE Comparative Solution Project* são necessárias devido ao número muito grande de blocos a serem analisados o que demanda muito tempo de compilação muito grande (horas) e gera arquivos de texto muito pesados. Portanto, a malha, com as mesmas dimensões, foi dividida em: 15 x 44 x 34 blocos quando era somente produzido óleo sem injeção de água e para quando havia injeção de água foi reduzido para 9x9x9 reduzindo muito os tempos de computação. As posições de referência x_i, y_j, z_k são de bloco centrado como mostrado na seção 4.2.

Foram feitos dois diferentes modelos que diferem somente na maneira em que são calculadas as vazões de produção e de injeção com o tempo. Os modelos são avaliados de forma independente quanto à variação de saturação, pressão, volume produzido e volume injetado com o tempo.

A distribuição de saturação no poço foi feita utilizando-se a Equação (5.1), separando-se assim a camada de óleo e água, conforme mostrado na Figura (5.1). O gradiente de pressão, Figura (5.2), foi estimado utilizando-se a Equação (5.2), que é baseada na pressão hidrostática.

$$S_w(z_k) = 0.5 - 0.5 \tanh\left(25 * \frac{z_k - 92,73}{51.816}\right) \quad (5.1)$$

$$P(z_k) = 6000 + \Delta z_{k-(k-1)} g \left(\begin{array}{c} \rho_o \frac{S_o(z_k) - S_o(z_{k-1})}{2} \\ + \\ \rho_w \frac{S_w(z_k) - S_w(z_{k-1})}{2} \end{array} \right) \quad (5.2)$$

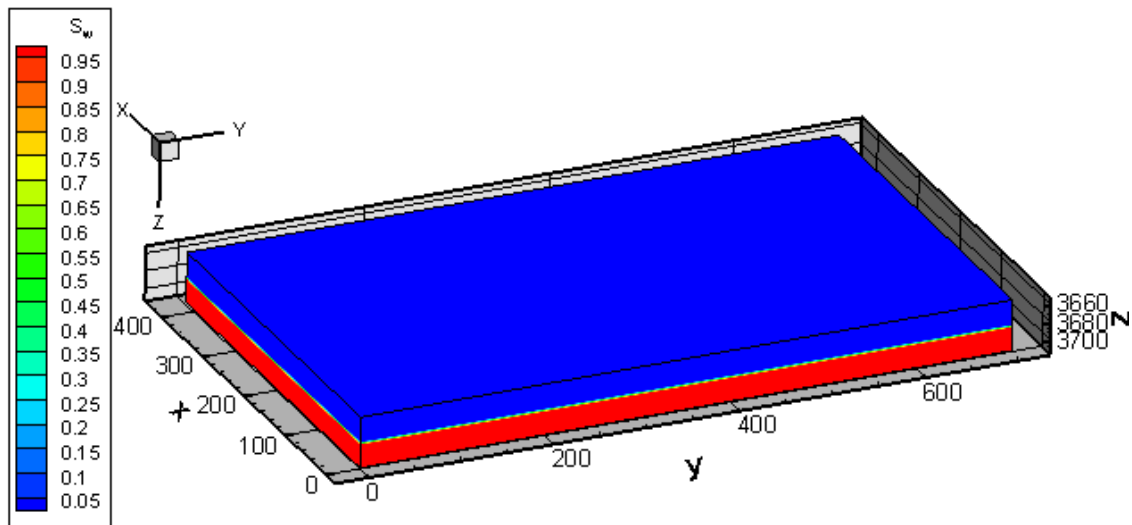


Figura 5.1-Campo de saturação inicial.

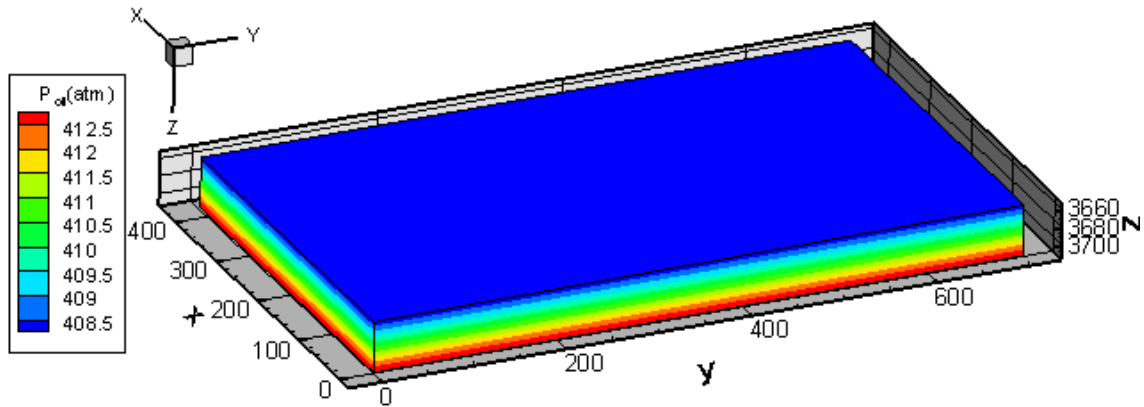


Figura 5.2- Campo de pressão inicial

A permeabilidade relativa da água e do óleo são dadas são dadas pelas Equações (5.3) e (5.4), de acordo com M.A. Christie et al, 2001.

$$k_{rw} = \left(\frac{S - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right)^2 \quad (5.3)$$

$$k_{ro} = \left(\frac{1 - S - S_{or}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right)^2 \quad (5.4)$$

A pressão capilar é descrita de acordo com a equação de Bentsen, R.G. e Anli, J (1996), Eq. (5.5). A constante B é calculada de acordo com a Equação (5.6).

$$P_c(S_w) = B \ln \left(\frac{S_w - S_{wc} + \epsilon}{S_w - S_{wc}} \right) \quad (5.5)$$

$$B = \frac{6.3}{\ln \left(\frac{0.01}{1 - S_{wc}} \right)} \quad (5.6)$$

O meio é anisotrópico e o vetor K é diagonal, sendo que: $k_{xx} = k_{yy} = 3 \cdot 10^{-13} m^2$ e $k_{zz} = 3 \cdot 10^{-14} m^2$. A porosidade é considerada constante, $\phi = 0.2$. As densidades e viscosidades da água e do óleo são constantes e iguais a: $\rho_o = 8,97 \cdot 10^2 kg/m^3$, $\rho_w = 9,84 \cdot 10^2 kg/m^3$, $\mu_o = 9.54 \cdot 10^4 m^2/s$ e $\mu_w = 9.81 \cdot 10^4 m^2/s$. A saturação crítica e residual são dadas por: $S_{wc} = 0.0$ e $S_{or} = 0.0$, ou seja, há escoamento dos fluidos em todos os níveis de saturação. Os raios dos poços são constantes, $r_w = 0.0635 m$. A profundidade de fundo de poço (Z_{bh}) é igual a $3657,6 m$, que coincide com a parte mais alta do reservatório. O valor de máxima

variação de saturação, $DS_{max} = 0.05$. O valor erro usado para o cálculo da pressão foi de 10^{-7} .

As Tabelas (5.1) e (5.2) mostram as posições dos poços dos modelos 1 e 2 respectivamente, sendo que os poços se estendem por todo o eixo y.

Tabela 5.1 – Localização e pbh dos poços no modelo 1.

Nome do poço	Coordenadas (x)	Coordenadas (Z)	Pbh(Pa)
Poço injetor	600	170	55158060
Poço produtor	600	0	27579030

Tabela 5.2 – Localização e vazão dos poços no modelo 2.

Nome do poço	Coordenadas (x)	Coordenadas (Z)	Vazão(m ³ /s)	Pbhmax(Pa)
Poço injetor	600	170	0.00552	55158060
Poço produtor	600	0	0.00552	27579030

Foram analisados dois casos para cada modelo. No caso 1, o poço injetor não existe e no caso 2 ele existe. São analisados em cada caso a influência da pressão capilar.

5.4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta parte são mostrados e discutidos os resultados obtidos em cada modelo e em cada caso. Serão analisados com o auxílio da software Tecplot Focus 2009 as variações do campo de pressão e de saturação, as vetores de velocidade, a produção de óleo acumulada (OP) e produção de água acumulada (WP), a injeção de água, o corte de água(WOR), a variação da pressão média do reservatório e a variação da pressão nos poços.

5.4.1. Modelo 1 – Caso 1

Observou-se que houve uma rápida mudança no campo de pressão do reservatório, porém não houve mudança da saturação na mesma velocidade. A Figura (5.3) mostra a mudança no campo de pressão e saturação depois de 7 horas de produção de óleo.

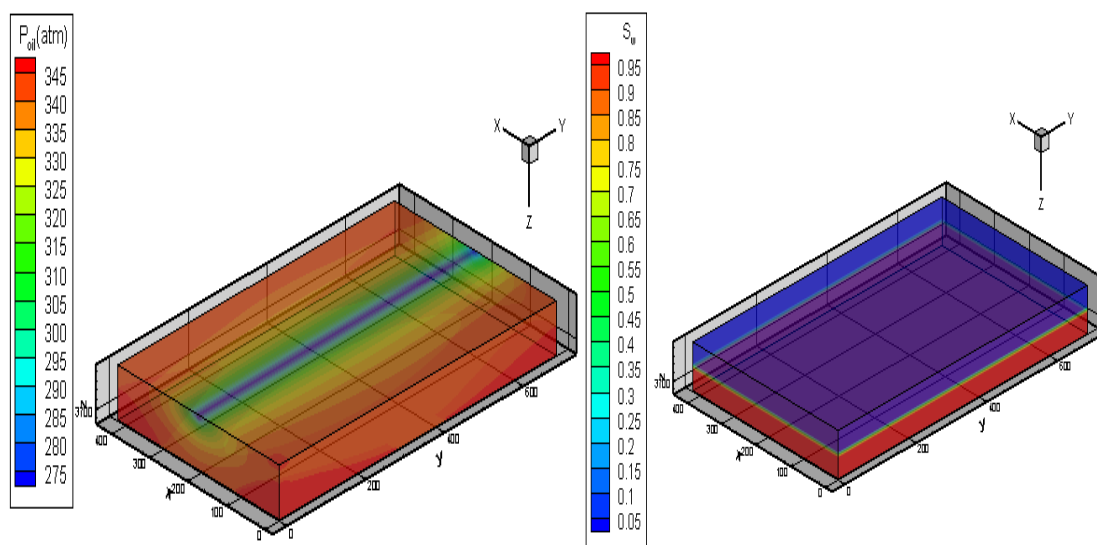


Figura - 5.3(a,b) – Após 7 horas de produção : (a) campo de pressão;e, (b) Campo de saturação.

Percebe-se a ação do modelo de Peaceman para poços, pois o campo de pressão de se aproxima por elipses. O campo de saturação possui variação, porém até esse período de tempo ainda é muito pequena e não é tão perceptível. Na figura (5.4) são evidenciados os vetores de velocidade mostrando a rota tomada pelo fluido dentro do reservatório.

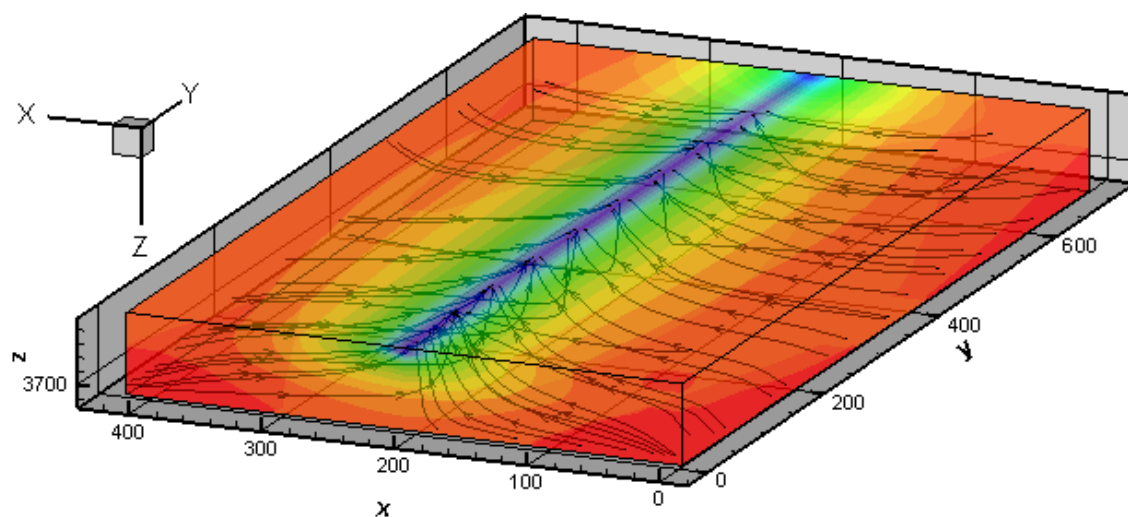


Figura 5.4 – Vetores de velocidade no reservatório após 7 horas de produção.

Os vetores de velocidade mostram o fluxo de fluido dentro do reservatório. É perceptível que o fluxo em todas as partes do reservatório se dirige em direção ao poço de produção. As curvas de produção de óleo, pressão média do reservatório e pressão no poço injetor são mostradas, respectivamente, pelas Figuras (5.5),(5.6) e (5.7).

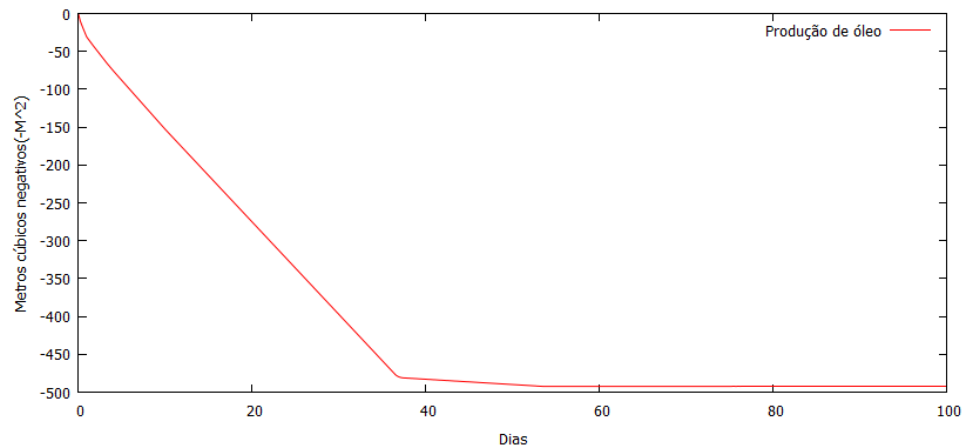


Figura 5.5 – Curva de produção de óleo do caso 1.

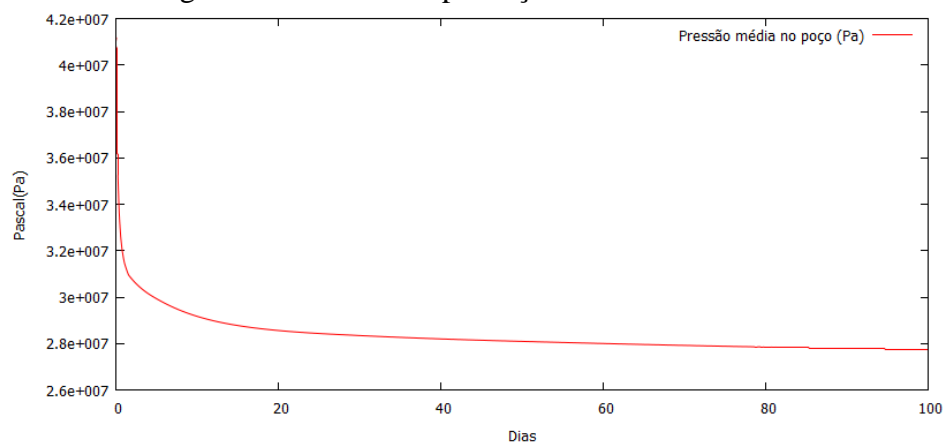


Figura 5.6 – Curva de pressão média no poço no caso 1.

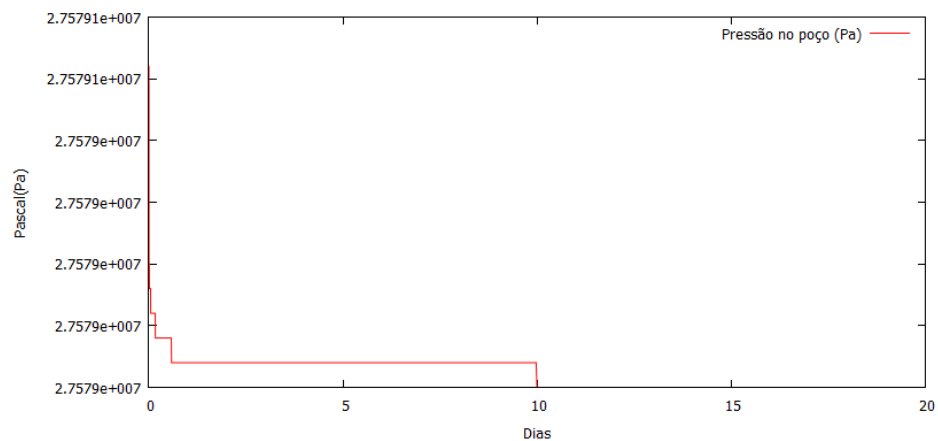


Figura 5.7 – Curva de pressão nos blocos dos poços produtores.

Os gráficos expõem o comportamento da recuperação de óleo primária. O crescimento do volume acumulado de óleo produzido cresce de forma quase retilínea e depois decresce até para a sua produção. O comportamento retilíneo é visto devido à produção somente de óleo, evidenciando que a água não alcançou a faixa de produção. A produção é diminuí aproximadamente ao trigésimo quinto dia devido à

perda de pressão interna do reservatório representado na Figura (5.6), já que a diferença de pressão entre o reservatório e o poço diminui, o fluxo de massa também diminui. A Figura (5.7) mostra que a pressão no bloco do poço muda abruptamente no começo tornando-se quase igual à pressão do poço, porém ligeiramente maior, sendo o suficiente para gerar a diferença de pressão necessária para que haja fluxo de massa.

Com o passar do tempo, a locomoção do fluido faz com que haja um efeito de coneamento que pode ser visto na Figura (5.8), tal efeito é provocado porque na zona entre o poço e o “cone” há uma diferença de pressão maior que em outros locais no reservatório. Quando o poço para de produzir ocorre um fenômeno interessante nas linhas de fluxo, representado na Figura (5.9), que fluxo não é mais em direção ao poço e sim à outras zonas.

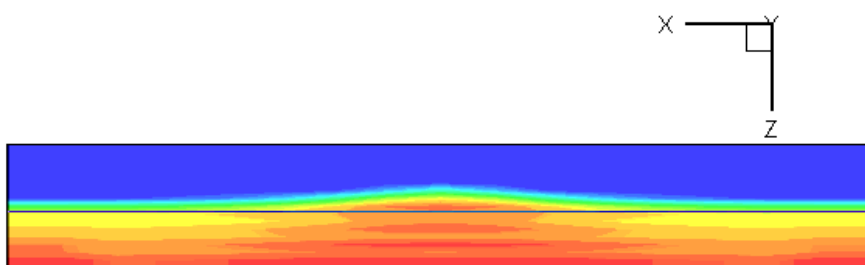


Figura 5.8 – Formação de cone.

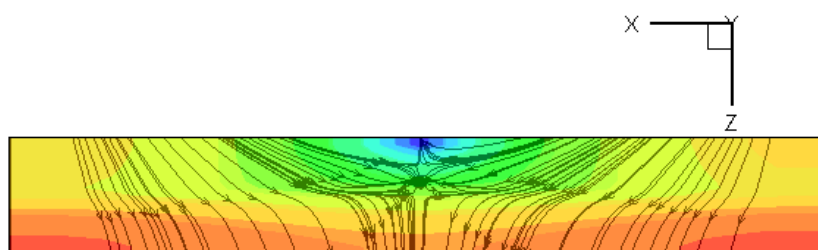


Figura 5.9 – Linhas de fluxo quando é interrompida a produção de óleo.

6. CONCLUSÃO

Nesta primeira etapa foi feita a revisão bibliográfica sobre o que é necessário saber-se para montar um modelo de simulação de recuperação secundária de petróleo. Foi estudado a fundo o modelamento matemático do escoamento bifásico imiscível, considerando certas hipóteses de simplificação, o modelamento dos poços (fontes e sumidouros) de acordo com os trabalhos de Peaceman considerando diferenças finitas e, o método IMPES clássico com todas as etapas necessárias e os métodos numéricos que são utilizados para construir o algoritmo necessário para simular a produção do poço.

Nas simulações da caso 1 para ambos os modelos, foi observado o coneamento de forma clara e eficiente. Para o modelo 1 foi observado que a imposição de uma pressão de fundo de poço muito menor que a pressão médio do reservatório faz como que haja uma convergência muita rápida da pressão interna, não sendo eficiente, é necessário utilizar formas para conter a variação de pressão súbita. Para o modelo 2, a pressão convergiu de forma eficaz. Os poços param de produzir quando a pressão média do reservatório passa a ser quase igual à do poço.

Nas simulações do caso 2 para ambos os modelos, foi observado o surgimento de saturação de óleo na zona de injeção de água o que é um erro, pois não é justificada. Contudo, ao observar o coneamento e as linhas fluxo, percebe-se que estes estão de acordo com a teoria física de escoamento de fluidos.

Vale ressaltar que a pressão capilar interfere na produção de fluido em todos os casos, porém quando é retirada as simulações aparentemente parecem corretos, evidenciando que a pressão capilar tem que ser analisada mais profundamente, porém em muitos estudos tanto a pressão capilar quanto os termos gravitacionais são desprezados.

Os resultados observados indicam que o simulador apresenta falhas ligadas ao cálculo da saturação com o tempo, porém demonstra uma boa performance se tratando da simulação dos outros parâmetros. As falhas observadas não necessariamente são erros da formulação matemática e numérica simuladas, podem estar ligadas à algum tipo de parâmetro que ocasionam o erro, como por exemplo a imposição das condições de contorno ineficiente, a imposição de convergência explícita da saturação, o uso do método de diferenças finitas de maneira ineficiente.

Uma opção para trabalhos futuros é a utilização de elementos finitos, pois é um método mais preciso. Outra seria a utilização da técnica de upscaling que trabalha melhor a variação de saturação.

Referências Bibliográficas

- Antontsev, S. N. (1972). On the solvability of boundary value problems for degenerate two-phase porous flow equations, *Dinamika Sploshn. Sredy* **10**, 28–53, in Russian.
- Bortoli, A. L. and Quadros, R. S., (2009A). Fundamentos de Cálculo Numérico para Engenheiros. Capítulo 6 – Derivação e integração numérica. FBN 361.985; Direitos autorais: Prof. Quadros e Prof. De Bortoli.
- Bortoli, A. L. and Quadros, R. S., (2009B). Fundamentos de Cálculo Numérico para Engenheiros. Capítulo 3 – Solução de sistemas lineares e não-lineares. FBN 361.985; Direitos autorais: Prof. Quadros e Prof. De Bortoli.
- Chen, Z. and Ewing, R. E., (1997). Fully discrete finite element analysis of multiphase flow in groundwater hydrology, *SIAM J. Numer. Anal.* **34**, 2228–2253.
- Chen, Z. (2001). Degenerate two-phase incompressible flow: Existence, uniqueness and regularity of a weak solution, *J. Differ. Equations* **171**, 203–232.
- Chen, Z., Espedal, M. and Ewing, R. E. (1995). Continuous-time finite element analysis of multiphase flow in groundwater hydrology, *Appl. Math.* **40**, 203–226.
- Chen, Z., Huan, G. and Ma, Y. (2006A). Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Capítulo 1 - Introduction. Southern Methodist University Dallas, Texas. SIAM.
- Chen, Z., Huan, G. and Ma, Y. (2006B). Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Capítulo 2 - Flow and Transport Equations. Southern Methodist University Dallas, Texas. SIAM.
- Chen, Z., Huan, G. and Ma, Y. (2006C). Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Capítulo 3 - Rock and Fluid Properties. Southern Methodist University Dallas, Texas. SIAM.
- Chen, Z., Huan, G. and Ma, Y. (2006D). Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Capítulo 7 – Two Phase Flow. Southern Methodist University Dallas, Texas. SIAM, 2006.
- Chen, Z., Huan, G. and Ma, Y. (2006E). Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. Capítulo 13 - Introduction. Southern Methodist University Dallas, Texas. SIAM.
- Chen, Z., Huan, G., and Li, B. (2004). An improved IMPES method for two-phase flow in porous media, *Transp. Porous Media* **54**, 361–376.
- Cheng, Y. (data não informada). Reservoir simulation Sample material. Unesco – EOLSS
- Courant, R. (1943). Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations, *Bull. Amer. Math. Soc.* **49**, 1–23.
- Darcy, H. (1856), Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Victor Dalmond, Paris.
- Fanchi, J. R. (2006). Principles of Applied Reservoir Simulations. 3ed. Copyright © 2006, Elsevier Inc. All rights reserved.
- Forchheimer, P. (1901). Wasserbewegung durch Boden. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieuer, 45 edition, 1901.
- Helmig, H. (1997). Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurfaces : A Contribution to the Modelling of Hydrosystems. Springer.
- Hill, F., Monroe, J. and Mohanan, R. (2012) .Water Management-An Increasing Trend in the Oil and Gas Industry. SPE/EAGE European Unconventional Resources Conference and Exhibition, 20-22 March 2012, Vienna, Austria.
- Holstein, E. (2007). Petroleum Engineering Handbook, Volume V(b), Capítulo 17, Reservoir Engineering, 2007.

- Jambhekar, V. A. (2011). Forchheimer Porous-media Flow Models - Numerical Investigation and Comparison with Experimental Data. Capítulo 2. Tese de mestrado. Universität Stuttgart - Institut für Wasser- und Umweltsystemmodellierung Stuttgart.
- Jones, S. (2005). Comparison of various techniques for computing well index. A report submitted to the Department of Petroleum Engineering of Stanford University.
- Kou, J. and Sun, S. (2010). On iterative impes formulation for two-phase flow with capillarity in heterogeneous porous media, *Numerical Analysis and Modeling*, series b, volume 1, number 1, pages 20–40.
- Lee, J. (2007). Petroleum Engineering Handbook, Volume V(b), Capítulo 8, Fluid Flow Through Permeable Media.
- Mayer, B., Bernhard, W., Heselhaus, A., and Crawford, M. (2011). Heat transfer and pressure drop in a regular porous structure at high Reynolds numbers. Technical report, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznanskiej.
- Nghiem, L. S., Collins, D. A. and Sharma, R. (1991), Seventh SPE comparative solution project: Modeling of horizontal wells in reservoir simulation, SPE 21221, The 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Anaheim, CA.
- Nield, D. A., and Bejan, A., (2006). Convection in Porous Media. Springer.
- Peaceman, D. W. (1977). Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation, SPE 6893, The 52nd Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Denver, CO.
- Peaceman, D. W. (1983). Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with non-square grid blocks and anisotropic permeability, *Soc. Pet. Eng. J.*, June, 531–543.
- Peaceman, D.W. (1987). “Interpretation of Wellblock Pressures in Numerical Reservoir Simulation: Part3 – Off-Center and Multiple Wells Within a Wellblock”, paper SPE 16976, presented at the 1987 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Sept 27-30.
- Schlumberger (2004). ECLIPSE: “Schedule User Guide 2004A”, Chapter 6 “Technical Description”.
- Serve, J. (2002). “An Enhanced Framework for Modeling Complex Well Configurations”, Master.
- Sheldon, J. W. B. Zondek, and W.T. Cardwell (1959), One-dimensional, incompressible, non-capillary, two-phase fluid flow in a porous medium, *Trans. SPE AIME* **216**, 290–296.
- Stone, H. L. and Garder, A. O. Jr. (1961), Analysis of gas-cap or dissolved-gas reservoirs, *Trans. SPE AIME* **222**, 92–104.
- Warner, H.R.Jr. (2007). Petroleum Engineering Handbook, Volume V(b), Capítulo 11, Water Flooding.